

2.12. Два шарика с зарядами $q_1 = 20 \text{ СГС}_q$ и $q_2 = 40 \text{ СГС}_q$ находятся на расстоянии $r_1 = 40 \text{ см}$. Какую надо совершить работу, чтобы сблизить их до расстояния $r_2 = 25 \text{ см}$?

$$[A = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}]$$

2.13. Найти скорость v электрона, прошедшего разность потенциалов U , равную 1,5; 10; 100; 1000 В.

$$[5,93 \cdot 10^5 \text{ м/с}, 1,33 \cdot 10^6 \text{ м/с}, 1,87 \cdot 10^6 \text{ м/с}, 5,93 \cdot 10^6 \text{ м/с}, 1,87 \cdot 10^7 \text{ м/с}]$$

2.14. В однородном электрическом поле с напряженностью 1 кВ/м переместили заряд -25 нКл в направлении силовой линии на 2 см. Найти работу поля, изменение потенциальной энергии взаимодействия заряда и поля, и напряжение между начальной и конечной точками передвижения.

$$[-0,5 \text{ мкДж}, 0,5 \text{ мкДж}, 20 \text{ В}]$$

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ, СОЗДАВАЕМЫХ ЗАРЯЖЕННЫМИ ТЕЛАМИ РАЗЛИЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

3.1. Основные формулы

Поверхностная плотность заряда σ :

$$\sigma = \frac{q}{S} \text{ [Кл/м}^2\text{]}.$$

Линейная плотность заряда на нити

$$\tau = \frac{q}{d},$$

где q – заряд на нити; d – расстояние от нити.

Напряженность электрического поля, созданного бесконечно заряженной нитью:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 d}.$$

Если нить имеет конечную длину, то значение напряженности на перпендикуляре, восстановленном из середины нити на расстоянии a от нити:

$$E = \frac{\tau \sin \theta}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a},$$

где θ – угол между направлением нормали к нити и радиус-вектором из рассматриваемой точки к концу нити.

Напряженность бесконечной заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{2\varepsilon\varepsilon_0 S},$$

где S – площадь плоскости.

Если площадью является диск радиусом R , то

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right).$$

3.2. Примеры решения задач

Задача 1. Заряженная бесконечная плоскость и одноименно заряженный шарик массой $m = 0,4$ мг и зарядом $q = 667$ нКл. Сила натяжения нити, на которой висит шарик, $T = 0,49$ мН. Найти поверхностную плотность заряда σ на плоскости (рис. 3.1).

Анализ и решение.

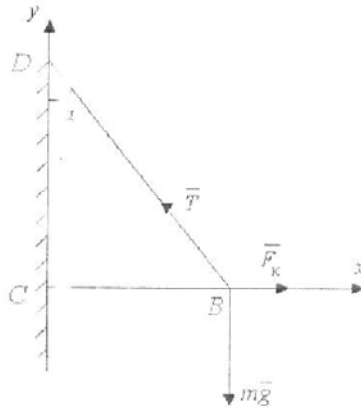


Рис. 3.1

Плоскость и шарик заряжен одноименно, поэтому на шарик действует электростатическая сила отталкивания \vec{F}_k . Нить отклоняется от вертикали до тех пор, пока все силы, действующие на шарик, не уравновесят друг друга:

$$\vec{F}_k + m\vec{g} + \vec{T} = 0.$$

Из Δ -ка DCB: $F_k = \sqrt{T^2 - (mg)^2}$ для бесконечной заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$\begin{aligned} \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} &\rightarrow \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{F}{q} \rightarrow \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sqrt{T^2 - (mg)^2}}{q} \rightarrow \\ \sigma &= \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 \sqrt{T^2 - (mg)^2}}{q} = 7,8 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2. \end{aligned}$$

Задача 2. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии $r = 10$ см друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях $\tau_1 = \tau_2 = 10$ мкКл/м. Найти модуль и направление напряженности \vec{E}

результатирующего поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 10$ см от каждой нити (рис. 3.2).

Анализ и решение.

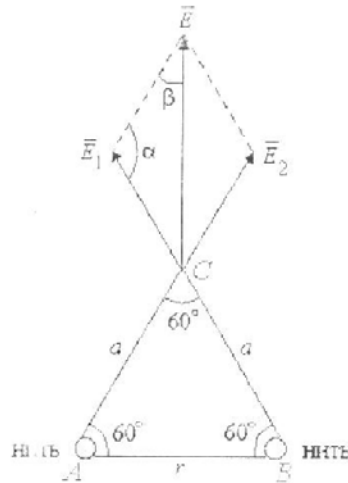


Рис. 3.2

Пусть $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ напряженность поля каждой нити в точке С:

$$E_1 = E_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a}.$$

Результирующая напряженность поля

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

$r = a$ ($\triangle ABC$ – равносторонний) $\angle ABC = 60^\circ$; \vec{E} перпендикулярно плоскости, проходящей через нити.

По теореме синусов:

$$\frac{E}{\sin \alpha} = \frac{E_1}{\sin \beta} \quad (\alpha = 120^\circ, \beta = 30^\circ)$$

$$E = \sqrt{3}E_1, \quad E = \frac{\sqrt{3}\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a} = 3,12 \text{ МВ/м.}$$

Задача 3. Металлический шар диаметром d заряжен с поверхностной плотностью зарядов σ . Найти потенциал φ этого шара, если он окружен заземленной проводящей сферой, имеющей общий с шаром центр. Диаметр сферы D . Среда – воздух.

Анализ и решение. Заряд шара:

$$q = \sigma S_1,$$

где $S_1 = \pi d^2$ – поверхность шара, следовательно,

$$q = \sigma \pi d^2.$$

Заряд на шаре обусловит появление потенциала

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{\sigma \pi d^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{\sigma d}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Сфера заземлена, следовательно вследствие электростатической индукции придет заряд, равный по модулю заряду шара, но противоположного знака, следовательно

$$-\varphi_2 = -\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} = -\frac{\sigma d^2}{2\epsilon\epsilon_0 D}.$$

Потенциал шара, обусловленный зарядами сферы и металлического шара:

$$\varphi = \varphi_1 + (-\varphi_2) = \frac{\sigma d}{2\epsilon\epsilon_0} - \frac{\sigma d^2}{2\epsilon\epsilon_0 D} = \frac{\sigma d}{2\epsilon\epsilon_0} \left(1 - \frac{d}{D}\right).$$

3.3. Задачи для самостоятельного решения

3.1. Сравнить работы поля при перемещении заряда из точки А в точки В, С, D.

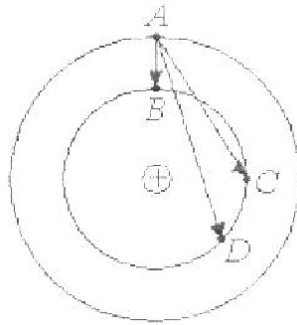


Рис. 3.3

3.2. Определить потенциал φ точки поля, находящейся на расстоянии $a = 9$ см от поверхности заряженного шара радиусом $R = 1$ см, если поверхностная плотность зарядов на шаре $\sigma = 1 \cdot 10^{-11}$ Кл/см². Среда – воздух.

$$[\varphi = 11,3 \text{ В}]$$

3.3. Между двумя горизонтальными плоскостями, заряженными разноименно и расположенными на расстоянии $d = 5$ мм друг от друга, находится в равновесии капелька масла массой 20 нг. Найти число избыточных электронов N на этой капельке. Среда – воздух. Разность потенциалов между плоскостями $U = 2$ кВ.

$$[N = 3 \cdot 10^3]$$

3.4. Проводящая сфера радиусом R несет положительный заряд q_0 , распределенный равномерно по ее поверхности. В небольшое отверстие О в этой сфере вставлен бесконечно тонкий стержень АВ с шариками радиусом r на концах. Найти заряд q на шариках.