

**4.11.** Протон и  $\alpha$ -частица, двигаясь с одинаковой скоростью влетают в плоский конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз отклонение протона полем конденсатора будет больше отклонения  $\alpha$ -частицы.

[В 2 раза]

## 5. ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

### 5.1. Основные формулы

Напряженность и потенциал электрического поля связаны соотношением

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

В однородном поле плоского конденсатора

$$E = \frac{U}{d},$$

где  $U$  – разность потенциалов между пластинами;  $d$  – расстояние между пластинами.

Плоский конденсатор

$$U = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}d, \quad E = \frac{U}{d} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Цилиндрический конденсатор:

$$U = \frac{\tau \ln \frac{R}{r}}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0},$$

где  $R$  – радиус внешней обкладки;  $r$  – радиус внутренней обкладки;  $\tau$  – линейная плотность заряда.

Сферический конденсатор

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right).$$

Сила притяжения пластин конденсатора друг к другу:

$$F = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S}{2}.$$

Диэлектрическая проницаемость диэлектрика

$$\varepsilon = \frac{E}{E_{\text{в}}},$$

где  $E_{\text{в}}$  – напряженность поля в вакууме;  $E$  – напряженность поля в диэлектрике.

Диэлектрическая восприимчивость вещества  $\varepsilon$  связана с  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = 1 + \varepsilon.$$

### 5.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Слюдяная пластина заполняет все пространство между обкладками плоского конденсатора емкостью  $C_1 = 10$  мкФ. Диэлектрическая проницаемость слюды  $\varepsilon_1 = 6$ , заряд конденсатора  $q = 100$  мкКл. Какую работу надо совершить, чтобы вынуть пластину из конденсатора?

**Анализ и решение.**

$$A = -\Delta W_n = -(W_{n2} - W_{n1}).$$

$$W_{n1} = \frac{q^2}{2C_1} \text{ — потенциальная энергия конденсатора с пластиной;}$$

$$W_{n2} = \frac{q^2}{2C_2} \text{ — потенциальная энергия без пластины.}$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}{d}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d} \rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S d}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 d S} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \rightarrow$$

$$C_2 = \frac{C_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

значит,

$$W_{n2} = \frac{q^2 \varepsilon_1}{2C_1 \varepsilon_2} \rightarrow$$

$$A = -\left( \frac{q^2 \varepsilon_1}{2C_1 \varepsilon_2} - \frac{q^2}{2C_1} \right) = -\frac{q^2}{2C_1} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1 \right),$$

$$A = -\frac{10^{-8}}{2 \cdot 10^{-5}} \left( \frac{6}{1} - 1 \right) = -2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = -2,5 \text{ Дж.}$$

Следовательно, энергия поля конденсатора уменьшилась.

**Задача 2.** Между пластинами плоского конденсатора вложена тонкая слюдяная пластина. Какое давление  $p$  испытывает эта пластинка при напряженности электрического поля  $E = 1$  мВ/м?

**Анализ и решение.**

$$p = \frac{F}{S},$$

где  $F$  — сила притяжения между пластинами конденсатора.

$$F = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2 S}{2} \rightarrow$$

$$p = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2 S}{2S} = \frac{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^6 \cdot 10^6}{2} = 26,5 \text{ Па.}$$

**Задача 3.** Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Его энергия при этом  $W = 20$  мкДж. После того, как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Работа, которую надо было совершить против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик,  $A = 70$  мкДж. Найти диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon$  диэлектрика.

**Анализ и решение.**

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \text{конденсатор заполнен диэлектриком.}$$

$$C_2 = \frac{C_1}{\varepsilon} - \text{емкость после удаления диэлектрика.}$$

$$q = CU - \text{заряд остался прежним.}$$

$$U_2 = \varepsilon U_1;$$

$$W_2 = \frac{C_1 U_1^2 \varepsilon^2}{2\varepsilon} = W_1 \varepsilon - \text{энергия после удаления диэлектрика.}$$

$$\varepsilon = \frac{W_1 + A}{W_1} = \frac{A}{W_1} + 1; \quad \varepsilon = \frac{70}{20} + 1 = 4,5.$$

**Задача 4.** На пластины плоского конденсатора, расстояние между которыми  $d = 3$  см, подана разность потенциалов  $U = 1$  кВ. Пространство между пластинами заполняется диэлектриком ( $\varepsilon = 7$ ). Найти поверхностную плотность связанных (поляризационных) зарядов  $\sigma_{св}$ . Насколько изменится поверхностная плотность заряда на пластинах при заполнении конденсатора диэлектриком? Решить задачу, если заполнение конденсатора диэлектриком производится: а) до отключения конденсатора от источника; б) после отключения конденсатора от источника напряжения.

**Анализ и решение.**

$$\sigma = \sigma_d - \sigma_{св}, \quad (1)$$

где  $\sigma_d$  – поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора в присутствии диэлектрика;  $\sigma_{св}$  – поверхностная плотность связанных (поляризационных) зарядов на диэлектрике;  $\sigma_0$  – поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора в отсутствие диэлектрика.

$$E_1 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{U_1}{d} \quad (2)$$

- в отсутствие диэлектрика.

$$E_2 = \frac{\sigma_d}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{U_2}{d} \quad (3)$$

- в присутствии диэлектрика.

Из (1) следует

$$\sigma_{св} = \sigma_d - \sigma.$$

Из (3) следует

$$\sigma_{св} = \varepsilon \varepsilon_0 E_2 - \varepsilon_0 E_2 = \varepsilon_0 E_2 (\varepsilon - 1) = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \frac{U_2}{d}.$$

а) до отключения конденсатора от источника напряжения

$$U_1 = U_2 = U,$$

$$\sigma_{св} = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \frac{U}{d},$$

$$\sigma_{св} = (7 - 1) \frac{1000}{0,03} 8,85 \cdot 10^{-12} = 17,7 \text{ мкКл/м}^2.$$

Изменение поверхностной плотности заряда при заполнении конденсатора диэлектриком

$$\sigma_d - \sigma_0 = \varepsilon_0(\varepsilon - 1) \frac{U}{d} = \sigma_{св} = 17,7 \text{ мкКл/м}^2$$

- на пластинах конденсатора появляются добавочные заряды, компенсирующие уменьшение заряда из-за поляризации диэлектрика;

б) после отключения конденсатора от источника напряжения

$$q = \text{const.}$$

$$U_2 = \frac{\varepsilon_1 U_1}{\varepsilon_2},$$

$$\sigma_{св} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1) \frac{U_2}{d} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1) \frac{\varepsilon_1 U_1}{\varepsilon_2 d},$$

так как  $q = \text{const}$ , то  $\sigma_{св} = \sigma_0$  – поверхностная плотность заряда на пластине конденсатора не изменяется.

### 5.3. Задачи для самостоятельного решения

**5.1.** Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено маслом. Расстояние между пластинами  $d = 1$  см. Какую разность потенциалов  $U$  надо подать на пластины конденсатора, чтобы поверхностная плотность связанных зарядов на масле была равна  $\sigma_{св} = 6,2$  мкКл/м<sup>2</sup>?

$$[U = 1,75 \text{ кВ}]$$

**5.2.** Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом. Площадь пластин конденсатора  $S = 0,01$  м<sup>2</sup>. Пластины конденсатора притягиваются друг к другу с силой  $F = 4,9$  мН. Найти поверхностную плотность связанных зарядов  $\sigma_{св}$  на стекле.

$$[\sigma_{св} = 0,6 \text{ мкКл/м}^2]$$

**5.3.** Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено парафином. При присоединении пластин к источнику напряжения давление пластин на парафин стало равным  $p = 5$  Па. Найти: а) напряженность электрического поля  $E$  и электрическое смещение  $D$  в парафине; б) поверхностную плотность заряда  $\sigma_{св}$  на парафине; в) поверхностную плотность заряда  $\sigma_{св}$  на пластинах конденсатора; г) объемную плотность энергии  $W_0$  электрического поля в парафине; д) диэлектрическую восприимчивость  $\varepsilon$  парафина.

$$\left[ \text{а) } E = \sqrt{\frac{2p}{\varepsilon\varepsilon_0}} = 752 \text{ кВ/м}; D = \varepsilon\varepsilon_0 E = 13,3 \text{ мкКл/м}^2; \text{б) } \sigma_{св} = 6,7 \text{ мкКл/м}^2; \right.$$

$$\left. \text{в) } \sigma_d = 13,3 \text{ мкКл/м}^2; \text{г) } W_0 = 5 \text{ Дж/м}^3; \text{д) } \varepsilon = \frac{\sigma_{св}}{4\pi\varepsilon_0 E} = 0,08 \right]$$