

## 6. КОНДЕНСАТОРЫ

### 6.1. Основные формулы

Емкостью называется коэффициент пропорциональности между зарядом и потенциалом

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

За единицу емкости принимается емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл (1 фарада)

$$1 \text{ Ф} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ В}}.$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},$$

где  $U = \varphi_1 - \varphi_2$  – напряжение на обкладках конденсатора (разность потенциалов обкладок конденсатора).

1. Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

где  $S$  – площадь каждой пластины.

2. Емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}{\ln \frac{R}{r}},$$

где  $L$  – высота коаксиальных цилиндров;  $r$  и  $R$  – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров.

3. Емкость сферического конденсатора

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 rR}{R - r},$$

где  $r$  и  $R$  – радиусы внутренней и внешней сфер.

В частном случае, когда  $R = \infty$

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r.$$

Емкость системы конденсаторов равна:

при параллельном соединении конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots;$$

при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Энергия уединенного заряженного проводника

$$W = \frac{1}{2}qU, \quad W = \frac{1}{2}CU^2, \quad W = \frac{q^2}{2C}.$$

В частном случае плоского конденсатора

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S d}{2} = \frac{\delta^2 S d}{2\varepsilon_0 \varepsilon},$$

где  $S$  – площадь каждой пластины;  $\delta$  – поверхностная плотность заряда на пластинах;  $U$  – разность потенциалов между пластинами.

Величина

$$W_0 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

называется объемной плотностью энергии электрического поля.

Сила притяжения пластин плоского конденсатора

$$F = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d^2} = \frac{\delta^2 S}{2\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

## 6.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Определить емкость  $C$  батареи конденсаторов, изображенной на рисунке. Емкость каждого конденсатора  $C_i = 1$  мкФ (рис. 6.1).

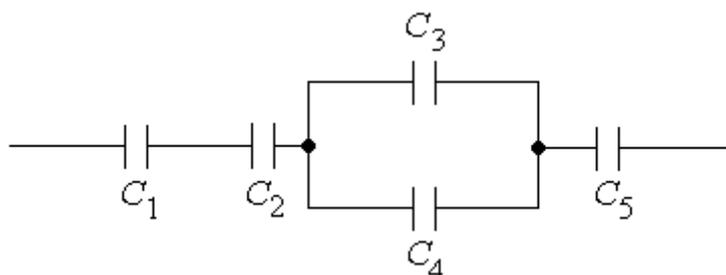


Рис. 6.1

**Анализ и решение.** Конденсаторы  $C_3$  и  $C_4$  соединены параллельно, их общая емкость  $C_{34} = C_3 + C_4$ .

Теперь мы имеем батарею из 4-х последовательно соединенных конденсаторов:  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_{34}$  и  $C_5$ . Их общая емкость:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3 + C_4} + \frac{1}{C_5},$$

т.к.  $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 1$  мкФ.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{7}{2}.$$

$$C = \frac{7}{2} = 0,286 \text{ (мкФ)}.$$

**Задача 2.** Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Его энергия некоторая разность потенциалов. После того, как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Работа, которую надо было совершить против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик,  $A = 70$  мкДж. Найти  $\epsilon$  диэлектрика.

**Анализ и решение.** Энергия конденсатора, заполненного диэлектриком

$$W_1 = \frac{Q^2}{2C_1} = \frac{C_1 U_1^2}{2}.$$

Диэлектрик ослабляет поле в  $\epsilon$  раз, увеличивая емкость конденсатора в  $\epsilon$  раз. После удаления диэлектрика емкость конденсатора уменьшилась в  $\epsilon$  раз и стала

$$C_2 = \frac{C_1}{\epsilon}.$$

$Q$  на конденсаторе остается постоянным, т.к. он отключается после зарядки от источника питания, следовательно разность потенциалов увеличивается после удаления диэлектрика в  $\epsilon$  раз:  $U_2 = \epsilon U_1$  энергия конденсатора после

удаления диэлектрика  $W_2 = \frac{C_1 U_1^2 \epsilon^2}{2\epsilon} = W_1 \epsilon$  и  $\epsilon = \frac{W_2}{W_1}$ .  $W_2 - W_1 = A$  – работа

по извлечению диэлектрика из конденсатора.

$A$  равна энергии, которая расходовалась полем конденсатора на преодоление поля связанных зарядов в диэлектрике, следовательно:  $W_2 > W_1$ , т.е.  $W_2 = W_1 + A$ .

$$\epsilon = \frac{W_1 + A}{W_1} = \frac{90}{20} = 4,5.$$

**Задача 3.** Площадь пластин плоского воздушного конденсатора  $S = 0,01$  м<sup>2</sup>, расстояние между ними  $d = 5$  мм. К пластинам приложена разность потенциалов  $U_1 = 300$  В. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется эбонитом. Какова будет разность потенциалов  $U_2$  между пластинами после заполнения? Найти емкости конденсатора  $C_1$  и  $C_2$  и поверхностные плотности заряда  $\delta_1$  и  $\delta_2$  на пластинах до и после заполнения.

**Анализ и решение.** Так как заполнение конденсатора эбонитом производилось после отключения от источника напряжения, то по закону

сохранения заряда заряд на пластинах конденсатора  $q = \text{const}$  следовательно

$$\delta = \frac{q}{S} = \text{const}, \text{ т.е. } q_1 = q_2, \quad \delta_1 = \frac{q_1}{S} = \delta_2 = \frac{q_2}{S},$$

$$\delta = \varepsilon \varepsilon_0 E.$$

Отсюда  $\varepsilon_0 E_1 = \varepsilon \varepsilon_0 E_2,$

т.к.  $E = \frac{U}{d}$ , то  $\varepsilon_0 \frac{U_1}{d} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{U_2}{d}$  или  $U_1 = \varepsilon U_2$  отсюда  $U_2 = \frac{U_1}{\varepsilon}.$

$$U_2 = \frac{3 \cdot 10^2}{2,6} = 115 \text{ В};$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-3}} = 17,7 \text{ пФ};$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} = \varepsilon C_1 = 2,6 \cdot 17,7 = 46 \text{ пФ};$$

$$q = CU; \quad \delta = \frac{CU}{S};$$

$$\delta_1 = \frac{C_1 U_1}{S} = \delta_2 = \frac{C_2 U_2}{S};$$

$$\delta_1 = \delta_2 = \frac{46 \cdot 10^{-12} \cdot 115}{10^{-2}} = 531 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2.$$

### 6.3. Задачи для самостоятельного решения

**6.1.** В каких пределах может измениться емкость  $C$  системы, состоящей из двух конденсаторов переменной емкости, если емкость  $C_1$  каждого из них изменяется от 10 до 450 пФ?

$$[C_{\min} = 5 \text{ пФ}; C_{\max} = 900 \text{ пФ}]$$

**6.2.** На пластины плоского конденсатора, расстояние между которыми  $d = 3$  см, подана разность потенциалов  $U = 1$  кВ. Пространство между пластинами заполняется диэлектриком ( $\varepsilon = 7$ ). Найти поверхностную плотность связанных зарядов (поляризационных)  $\delta_{\text{св}}$ . Насколько изменяется поверхностная плотность заряда на пластинах при заполнении конденсатора диэлектриком? Задачу решить, если заполнение конденсатора диэлектриком производится: а) до отключения конденсатора от источника напряжения; б) после отключения конденсатора от источника напряжения.

$$[\text{а) } \delta'_{\text{св}} = 17,7 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2; \text{ б) } \delta''_{\text{св}} = 2,53 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2]$$

**6.3.** Разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$   $U = 9$  В. Емкость конденсаторов соответственно равна  $C_1 = 3$  мкФ и  $C_2 = 6$  мкФ. Определите: