

**12.13.** Определить разность фаз  $\Delta\varphi$  колебаний источника волн, находящегося в упругой среде и точки этой среды, отстоящей на 2 см от источника. Частота колебаний  $\nu = 5$  Гц, скорость распространения волн  $\vartheta = 40$  м/с.

$$[1,57 \text{ рад}]$$

**12.14.** Волны распространяются в упругой среде со скоростью  $\vartheta = 100$  м/с. Наименьшее расстояние между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1 м. Определить частоту  $\nu$  колебаний.

$$[\nu = \frac{\vartheta\Delta\varphi}{2\pi\Delta x} = 50 \text{ Гц}]$$

**12.15.** Определить скорость  $\vartheta$  распространения волн в упругой среде, если разность фаз  $\Delta\varphi$  колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на  $\Delta x = 10$  см, равна  $60^\circ$ . Частота колебаний  $\nu = 25$  Гц.

$$[\vartheta = \frac{2\pi\nu\Delta x}{\Delta\varphi} = 15 \text{ м/с}]$$

## 13. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

### 13.1. Основные формулы

Период  $T$  электромагнитных колебаний в контуре, состоящим из емкости  $C$ , индуктивности  $L$  и сопротивления  $R$ :

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}.$$

Если сопротивление  $R$  контура мало, то

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (\text{формула Томсона})$$

Если  $R \neq 0$ , то колебания будут затухающими. При этом разность потенциалов на обкладках конденсатора меняется по закону:

$$U = U_0 e^{-\delta t} \cos \omega t,$$

где  $\delta = \frac{R}{2L}$  - коэффициент затухания.

Величина  $x = \delta\Phi$  - логарифмические затухания.

Если  $\delta = 0$ , то колебания будут незатухающие:

$$U = U_0 \cos \omega t.$$

Длина волны:

$$\lambda = CT \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{C}{\nu}.$$

### 13.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами по  $100 \text{ см}^2$  каждая и катушки с индуктивностью  $1 \text{ мГн}$ , резонирует на волну длиной  $10 \text{ м}$ . Определить расстояние между пластинами конденсатора.

**Анализ и решение.** Емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

отсюда

$$d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{C}.$$

Емкость найдем из формулы Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

отсюда

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}.$$

Период колебаний можно определить, зная длину волны:

$$\lambda = CT,$$

отсюда

$$T = \frac{\lambda}{C}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} d &= C^2 \frac{4\pi^2 \varepsilon_0 \varepsilon S L}{\lambda^2} = (3 \cdot 10^8)^2 \frac{4 \cdot (3,14)^2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6}}{10^2} \text{ м} = \\ &= 3,14 \cdot 10^{-3} \text{ м} \end{aligned}$$

**Задача 2.** Уравнение изменения тока в колебательном контуре имеет вид  $I = 0,02 \sin 400\pi t$  А. Индуктивность контура  $L = 1 \text{ Гн}$ . Найти период колебаний, емкость  $C$  контура, максимальную энергию магнитного поля и максимальную энергию электрического поля.

**Анализ и решение.** Уравнение колебаний имеет вид:

$$I = I_0 \sin \omega t,$$

откуда

$$\omega = 400\pi \text{ и } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{400\pi} = 0,005 \text{ с}.$$

Зная период, по формуле Томсона найдем емкость:

$$T = 2\pi\sqrt{LC};$$

$$T^2 = 4\pi^2 LC,$$

откуда

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = \frac{(0,005)^2}{4 \cdot 9,86 \cdot 1} = 6,3 \cdot 10^{-7} \text{ Ф}.$$

Максимальная энергия магнитного поля равна максимальной энергии электрического поля:

$$W_{\text{э}} = W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2} = \frac{1 \cdot (0,02)^2}{2} = 0,002 \text{ Дж}.$$

### 13.3. Задачи для самостоятельного решения

**13.1.** Катушка индуктивностью  $L = 1$  мГн и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром  $D = 20$  см каждая, соединены параллельно. Расстояние между пластинами  $d = 1$  см. Определить период колебаний.

$$[T = \pi D \sqrt{\pi \varepsilon \frac{l}{d}} = 33,2 \text{ нс}]$$

**13.2.** Конденсатор емкостью  $C = 500$  пФ соединен параллельно с катушкой длиной  $l = 40$  см и сечением  $S = 5$  см<sup>2</sup>, содержащий  $N = 1000$  витков. Найти период  $T$  колебаний.

$$[T = 2\pi N \sqrt{\frac{\mu_0 SC}{l}} = 5,57 \text{ мкс}]$$

**13.3.** Какую индуктивность  $L$  надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости  $C = 2$  мкФ, получить частоту  $\nu = 1000$  Гц?

$$[L = 12,7 \text{ мГн}]$$

**13.4.** Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в контуре имеет вид  $U = 50 \cos 10^4 \pi t$  В. емкость конденсатора  $C = 0,1$  мкФ. Найти период колебаний, индуктивность контура, закон изменения тока в цепи и длину волны, соответствующую этому контуру.

$$[\Phi = 0,2 \text{ мк}, L = 10,15 \text{ мГн}, I = -157 \sin 10^4 \pi t, \lambda = 60 \text{ км}]$$

**13.5.** Колебательный контур имеет индуктивность  $L = 1,6$  мГн, емкость  $C = 0,04$  мкФ и максимальное напряжение на зажимах  $U = 200$  В. Найти максимальное значение силы тока в контуре.

$$[1 \text{ А}]$$

**13.6.** Колебательный контур содержит конденсатор емкостью  $C = 8$  пФ и катушку индуктивностью  $L = 0,5$  мГн. Найти максимальное напряжение на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока  $I_{\text{max}} = 40$  мА.