

12.13. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний источника волн, находящегося в упругой среде и точки этой среды, отстоящей на 2 см от источника. Частота колебаний $\nu = 5$ Гц, скорость распространения волн $\vartheta = 40$ м/с.

$$[1,57 \text{ рад}]$$

12.14. Волны распространяются в упругой среде со скоростью $\vartheta = 100$ м/с. Наименьшее расстояние между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1 м. Определить частоту ν колебаний.

$$[\nu = \frac{\vartheta\Delta\varphi}{2\pi\Delta x} = 50 \text{ Гц}]$$

12.15. Определить скорость ϑ распространения волн в упругой среде, если разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на $\Delta x = 10$ см, равна 60° . Частота колебаний $\nu = 25$ Гц.

$$[\vartheta = \frac{2\pi\nu\Delta x}{\Delta\varphi} = 15 \text{ м/с}]$$

13. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

13.1. Основные формулы

Период T электромагнитных колебаний в контуре, состоящим из емкости C , индуктивности L и сопротивления R :

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}.$$

Если сопротивление R контура мало, то

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (\text{формула Томсона})$$

Если $R \neq 0$, то колебания будут затухающими. При этом разность потенциалов на обкладках конденсатора меняется по закону:

$$U = U_0 e^{-\delta t} \cos \omega t,$$

где $\delta = \frac{R}{2L}$ - коэффициент затухания.

Величина $\chi = \delta\Phi$ - логарифмические затухания.

Если $\delta = 0$, то колебания будут незатухающие:

$$U = U_0 \cos \omega t.$$

Длина волны:

$$\lambda = CT \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{C}{\nu}.$$

13.2. Примеры решения задач

Задача 1. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами по 100 см^2 каждая и катушки с индуктивностью 1 мГн , резонирует на волну длиной 10 м . Определить расстояние между пластинами конденсатора.

Анализ и решение. Емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

отсюда

$$d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{C}.$$

Емкость найдем из формулы Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

отсюда

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}.$$

Период колебаний можно определить, зная длину волны:

$$\lambda = CT,$$

отсюда

$$T = \frac{\lambda}{C}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} d &= C^2 \frac{4\pi^2 \varepsilon_0 \varepsilon S L}{\lambda^2} = (3 \cdot 10^8)^2 \frac{4 \cdot (3,14)^2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6}}{10^2} \text{ м} = \\ &= 3,14 \cdot 10^{-3} \text{ м} \end{aligned}$$

Задача 2. Уравнение изменения тока в колебательном контуре имеет вид $I = 0,02 \sin 400\pi t$ А. Индуктивность контура $L = 1 \text{ Гн}$. Найти период колебаний, емкость C контура, максимальную энергию магнитного поля и максимальную энергию электрического поля.

Анализ и решение. Уравнение колебаний имеет вид:

$$I = I_0 \sin \omega t,$$

откуда

$$\omega = 400\pi \text{ и } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{400\pi} = 0,005 \text{ с}.$$

Зная период, по формуле Томсона найдем емкость:

$$T = 2\pi\sqrt{LC};$$

$$T^2 = 4\pi^2 LC,$$

откуда

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = \frac{(0,005)^2}{4 \cdot 9,86 \cdot 1} = 6,3 \cdot 10^{-7} \text{ Ф}.$$

Максимальная энергия магнитного поля равна максимальной энергии электрического поля:

$$W_{\text{э}} = W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2} = \frac{1 \cdot (0,02)^2}{2} = 0,002 \text{ Дж}.$$

13.3. Задачи для самостоятельного решения

13.1. Катушка индуктивностью $L = 1$ мГн и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром $D = 20$ см каждая, соединены параллельно. Расстояние между пластинами $d = 1$ см. Определить период колебаний.

$$[T = \pi D \sqrt{\pi \varepsilon \frac{l}{d}} = 33,2 \text{ нс}]$$

13.2. Конденсатор емкостью $C = 500$ пФ соединен параллельно с катушкой длиной $l = 40$ см и сечением $S = 5$ см², содержащий $N = 1000$ витков. Найти период T колебаний.

$$[T = 2\pi N \sqrt{\frac{\mu_0 SC}{l}} = 5,57 \text{ мкс}]$$

13.3. Какую индуктивность L надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости $C = 2$ мкФ, получить частоту $\nu = 1000$ Гц?

$$[L = 12,7 \text{ мГн}]$$

13.4. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в контуре имеет вид $U = 50 \cos 10^4 \pi t$ В. емкость конденсатора $C = 0,1$ мкФ. Найти период колебаний, индуктивность контура, закон изменения тока в цепи и длину волны, соответствующую этому контуру.

$$[\Phi = 0,2 \text{ мк}, L = 10,15 \text{ мГн}, I = -157 \sin 10^4 \pi t, \lambda = 60 \text{ км}]$$

13.5. Колебательный контур имеет индуктивность $L = 1,6$ мГн, емкость $C = 0,04$ мкФ и максимальное напряжение на зажимах $U = 200$ В. Найти максимальное значение силы тока в контуре.

$$[1 \text{ А}]$$

13.6. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью $C = 8$ пФ и катушку индуктивностью $L = 0,5$ мГн. Найти максимальное напряжение на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока $I_{\text{max}} = 40$ мА.