

# 1. ЗАКОН КУЛОНА И НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

## 1.1. Основные формулы

Закон Кулона в рационализованном виде:

$$F = \frac{|q_1||q_2|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2},$$

где  $F$  – сила взаимодействия точечных зарядов или заряженных равномерно шаров;  $|q_1||q_2|$  – модули зарядов;  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Кл<sup>2</sup>/(Н·м) (Ф/м) – электрическая постоянная;  $\epsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды, в которой взаимодействуют заряды  $|q_1|$  и  $|q_2|$ ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл – элементарный заряд.

Напряженность электрического поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_k}{q} \left[ \frac{\text{В}}{\text{м}} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$

Напряженность поля точечного заряда:

$$E = k \frac{q}{r^2},$$

где  $q$  – заряд, создающий поле;  $r$  – расстояние от точки, где находится заряд, до точки, где создается поле.

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}.$$

Если зарядов несколько, то результирующая напряженность  $\vec{E}$ :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n.$$

## 1.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда  $q_0 = 0,4$  мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол  $2\alpha = 60^\circ$ . Найти массу  $m$  каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса  $l = 20$  см (рис. 1.1).

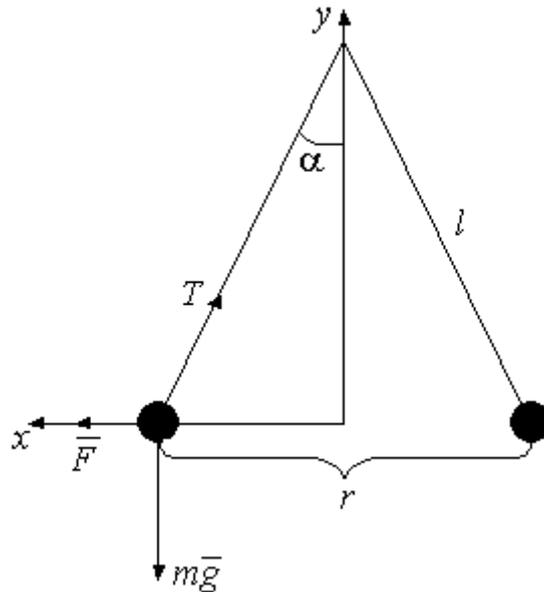


Рис. 1.1

**Анализ и решение.** На каждый шарик действуют три силы: сила тяжести  $m\vec{g}$ , сила натяжения нити  $T$ , сила электростатического отталкивания  $\vec{F}$ .

Условие равновесия шариков в векторной форме:

$$\vec{F} + \vec{T} + m\vec{g} = 0;$$

в проекциях на ось  $x$ :

$$\vec{F} - T \sin \alpha = 0; \quad (1)$$

на ось  $y$ :

$$\vec{T} \cos \alpha - mg = 0. \quad (2)$$

Из (1)

$$\vec{T} = \frac{\vec{F}}{\sin \alpha}.$$

Из (2)

$$\vec{T} = \frac{mg}{\cos \alpha}.$$

Следовательно

$$\vec{T} = \vec{T},$$

$$\frac{\vec{F}}{\sin \alpha} = \frac{mg}{\cos \alpha},$$

$$\vec{F} = mg \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = mg \operatorname{tg} \alpha. \quad (3)$$

Из рисунка

$$r / 2 = l \sin \alpha \quad (4)$$

$$r = 2l \sin \alpha.$$

По закону сохранения заряда, он распределился на два шарика равномерно

$$\vec{F} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}.$$

Учитывая (3) и (4):

$$m\vec{g} \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 4l^2 \sin^2 \alpha} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon\epsilon_0 l^2 \sin^2 \alpha},$$

где  $q = q_0 / 2$  – заряд на каждом шарике.

$$\begin{aligned} m &= \frac{q_0^2}{4g \operatorname{tg}\alpha 16\pi\epsilon\epsilon_0 l^2 \sin^2 \alpha} = \frac{q_0^2}{4 \cdot 16 \cdot g \cdot \operatorname{tg}\alpha \sin^2 \alpha \pi\epsilon\epsilon_0 l^2} = \\ &= \frac{0,4 \cdot 0,4 \cdot 10^{-6} 10^{-6}}{4 \cdot 16 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \operatorname{tg}30^\circ \cdot \sin^2 30^\circ} = 15,6 \text{ г.} \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти плотность материала  $\rho$  шариков из задачи 1, если известно, что при погружении этих шариков в керосин угол расхождения нитей стал равным  $2\alpha_k = 54^\circ$  (рис. 1.2).

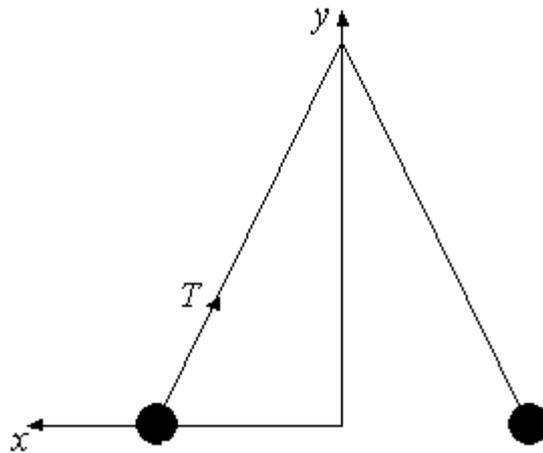


Рис. 1.2

**Анализ и решение.** При погружении шариков в керосин на каждый шарик стала действовать выталкивающая сила Архимеда  $F_A$ .

Для шарика на воздухе из задачи 1:

$$mg = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 4l^2 \sin^2 \alpha \operatorname{tg}\alpha}, \quad (1)$$

где  $\epsilon = 1$  – диэлектрическая проницаемость воздуха.

Для шарика при погружении в керосин:

$$mg - F_A = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_k \epsilon_0 4l^2 \sin^2 \alpha_k \operatorname{tg} \alpha_k}, \quad (2)$$

так как

$$mg - F_A = \rho Vg - \rho_k Vg = (\rho - \rho_k)Vg, \quad (3)$$

где  $\rho$  – плотность материала шарика.

$$(\rho - \rho_k)Vg = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_k \epsilon_0 4l^2 \sin^2 \alpha_k \operatorname{tg} \alpha_k}.$$

Делим на (1)

$$\frac{(\rho - \rho_k)Vg}{\rho Vg} = \frac{q^2 4\pi\epsilon_k \epsilon_0 4l^2 \sin^2 \alpha_k \operatorname{tg} \alpha_k}{4\pi\epsilon_k \epsilon_0 4l^2 \sin^2 \alpha_k \operatorname{tg} \alpha_k} = \frac{\epsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}{\epsilon_k \sin^2 \alpha_k \operatorname{tg} \alpha_k}.$$

Отсюда плотность материала

$$\rho = \rho_k \frac{\epsilon_k \sin^2 \alpha_k \operatorname{tg} \alpha_k}{\epsilon_k \sin^2 \alpha_k \operatorname{tg} \alpha_k - \epsilon \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha}.$$

Отсюда  $\rho = 2,55 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

**Задача 3.** В центра квадрата, в каждой вершине которого находится заряд  $q = 2,33 \text{ нКл}$ , помещен отрицательный заряд  $q_0$ . Найти этот заряд, если на каждый заряд  $q$  действует результирующая сила  $F = 0$  (рис. 1.3).

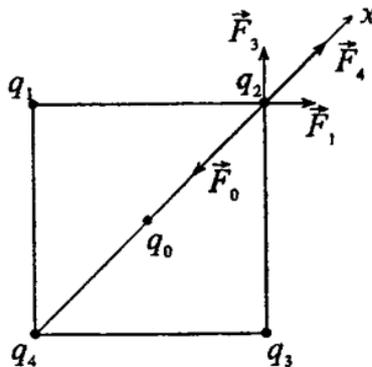


Рис. 1.3

**Анализ и решение.** Рассмотрим силы, действующие на любой из зарядов в вершинах, например, на заряд  $q_2$ . Со стороны зарядов  $q_1$ ,  $q_3$ ,  $q_4$  на него действуют силы  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_3$  и  $\vec{F}_4$ , соответственно, причем

$$F_1 = F_3 = \frac{kq^2}{a^2},$$

где  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ .

$$F_4 = k \frac{q^2}{2a^2}.$$

Сила, действующая на заряд  $q_2$  со стороны заряда  $q_0$ , равна

$$F_0 = \frac{2kq|q_0|}{a^2}.$$

Условие равновесия заряда  $q_2$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_0 = 0. \quad (1)$$

В проекции на ось  $x$  уравнение (1) имеет вид

$$F_1 \cos 45^\circ + F_3 \cos 45^\circ + F_4 - F_0 = 0,$$

$$\frac{kq^2}{2a^2} + k \frac{q^2}{a^2} \sqrt{2} + k \frac{2q|q_0|}{a^2} = 0.$$

Отсюда

$$-|q_0| = \frac{q^2}{2 \cdot 2q} + \frac{q^2 \sqrt{2}}{2q} = \frac{q}{4} (1 + 2\sqrt{2}) = -0,95q = -2,23 \text{ нКл}.$$

$$q_0 = -2,23 \text{ нКл}.$$

**Задача 4.** Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины опускаются в керосин плотностью  $0,8 \text{ г/см}^3$ . Какой должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в керосине был один и тот же? Диэлектрическая проницаемость керосина  $\epsilon = 2$  (рис. 1.4).

**Анализ и решение.**

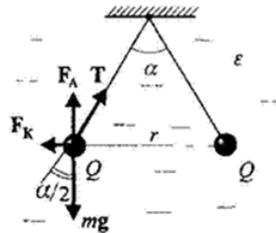


Рис. 1.4

$$F = mgtg \frac{\alpha}{2},$$

$$F_k = (mg - F_A)tg \frac{\alpha}{2},$$

$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

$$F_k = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2},$$

$$F_A = \rho_k Vg,$$

$$mg = \rho Vg,$$

$$\frac{F}{mg} = \frac{F_k}{mg - F_A}; \quad \rho = \frac{\varepsilon \rho_k}{\varepsilon - 1};$$

$$\rho = \frac{2 \cdot 8 \cdot 10^2}{2 - 1} = 16 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3 \text{ (16 г/см}^3\text{)}.$$

**Задача 5.** Найти напряженность  $E$  электрического поля на расстоянии  $r = 0,2$  нм от одновалентного иона. Заряд иона считать точечным.

**Анализ и решение.** Заряд одновалентного иона по абсолютной величине равен заряду электрона.

Одновалентный ион создает электрическое поле с напряженностью

$$E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2};$$

$$E = \frac{1,6021892 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-9}} \approx \frac{16,03}{12 \cdot 0,04} \approx 36 \text{ Кл/м}.$$

### 1.3. Задачи для самостоятельного решения

**1.1.** Два одинаковых маленьких шарика массой по 0,01 г подвешены на шелковых нитях длиной по 1 м так, что они касаются друг друга. Один из шариков отвели в сторону, зарядили и привели в соприкосновение с другим шариком, после чего шарики отошли друг от друга на расстояние 14 см. Определить величину заряда первого шарика до соприкосновения его с другим шариком.

$$[q = \pm 7,8 \cdot 10^9 \text{ Кл}]$$

**1.2.** Найти напряженность  $E$  электростатического поля на расстоянии  $r = 2 \cdot 10^{-8}$  см от одновалентного иона. Заряд иона считать точечным.

$$[E = 3,6 \cdot 10^{10} \text{ В/м}]$$

**1.3.** Найти напряженность  $E$  электростатического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами  $q_1 = 8 \cdot 10^{-9}$  Кл и  $q_2 = -6 \cdot 10^{-9}$  Кл. Расстояние между зарядами  $r = 10$  см,  $\varepsilon = 1$ .

$$[E = 5,04 \text{ В/м}]$$

**1.4.** Во сколько раз энергия электростатического взаимодействия двух частиц с зарядом  $q$  и массой  $m$  больше энергии их гравитационного взаимодействия? Решить задачу для: 1) электронов; 2) протонов.

$$\left[ \frac{W_{\text{эл}}}{W_{\text{гр}}} = 4,17 \cdot 10^{42}; \frac{W_{\text{пр}}}{W_{\text{гр}}} = 1,24 \cdot 10^{36} \right]$$

**1.5.** заряды 90 и 10 нКл расположены на расстоянии 4 см друг от друга. Где надо разместить третий заряд, чтобы силы, действующие на него со стороны других зарядов, были равны по модулю и противоположны по направлению?

$$[\text{В } 1 \text{ см от меньшего и в } 3 \text{ см от большего зарядов}]$$

**1.6.** Два заряда, один из которых по модулю в 4 раза больше другого, расположены на расстоянии  $a$  друг от друга. В какой точке пространства напряженность поля равна нулю, если заряды: а) одноименные; б) разноименные.

[а) На прямой, соединяющей заряды, на расстоянии  $1/3a$  от меньшего и  $2/3a$  от большего; б) на той же прямой на расстоянии  $a$  от меньшего и  $2a$  от большего]

**1.7.** В вершинах равностороннего треугольника со стороной  $a$  находятся заряды  $+q$ ,  $+q$  и  $-q$ . Найти напряженность поля  $E$  в центре треугольника.

$$\left[ E = \frac{3q}{2\pi\epsilon_0 a^2} \right]$$

**1.8.** На расстоянии  $r = 30$  см от поверхности Земли находится точечный заряд  $q = 1 \cdot 10^{-3}$  Кл, который индуцирует в ней заряды противоположного знака. Определить силу электрического притяжения заряда к Земле.

$$\left[ F = \frac{kq}{4r^2} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ Н} \right]$$

**1.9.** Электрон вращается в вакууме по круговой орбите радиуса  $r$  вокруг частицы с положительным зарядом  $q$ . Определить скорость и период вращения электрона. Силой гравитационного притяжения частиц пренебречь.

$$\left[ v = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\epsilon_0 mr}}; T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 mr}{eq}} \right]$$

**1.10.** Шарик массой  $m = 5$  г и зарядом  $q = 10^{-5}$  Кл бросили под углом  $\alpha$  к горизонту. Напряженность горизонтального направленного электрического поля  $E = 5 \cdot 10^3$  В/м. Найти  $\alpha$ , если в верхней точке траектории кинетическая энергия шарика равна нулю ( $g = 10$  м/с<sup>2</sup>).

$$\left[ \operatorname{tg} \alpha = \frac{mg}{Eq} = 1; \alpha = 45^\circ \right]$$

**1.11.** Металлический шарик массой  $m = 10$  г и с зарядом  $q = 10^{-4}$  Кл подвешен на нити в электрическом поле с напряженностью  $E = 500$  В/м, направленной вертикально вниз. Шарик отводят в сторону до горизонтального уровня и отпускают. Определить натяжение нити  $T$  в нижней точке траектории шарика ( $g = 10$  м/с<sup>2</sup>).

$$[T = 3(mg + Eq) = 0,45 \text{ Н}]$$

**1.12.** Два одинаковых заряженных тела находятся в воздухе на горизонтальной поверхности. Под действием электрических сил они движутся в противоположные стороны. На каком расстоянии  $r$  между ними их скорости максимальны? Массы тел  $m$ , заряды  $q$ , коэффициент трения между телами и поверхностью  $\mu$ .

$$\left[ r = \frac{q}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 \mu mg}} \right]$$

**1.13.** Два одинаковых маленьких шарика подвешены на нитях длиной  $L = 2$  м к одной точке потолка. Когда шарикам сообщили одинаковые заряды  $q$ , они разошлись на расстоянии  $r$ . Определить натяжение каждой нити.

$$\left[ F_{\text{н}} = \frac{2kq^2L}{r^3} \right]$$

**1.14.** В результате трения с поверхности стеклянной палочки было удалено  $6,4 \cdot 10^{10}$  электронов. Определить электрический заряд на палочке. Насколько уменьшалась масса палочки? Масса электрона  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг.

$$[1,02 \cdot 10^{-8} \text{ Кл, на } 5,8 \cdot 10^{-20} \text{ кг}]$$

**1.15.** В вертикально направленном однородном электрическом поле находится пылинка с массой  $1 \cdot 10^{-9}$  г и зарядом  $q = 3,2 \cdot 10^{-17}$  Кл. Какова напряженность электрического поля, если сила тяжести пылинки уравновешена силой электрического поля?

$$[3,1 \cdot 10^5 \text{ Н/Кл}]$$

## 2. ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ И РАБОТА ПО ПЕРЕМЕЩЕНИЮ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

### 2.1. Основные формулы

Разность потенциалов между точками 1 и 2:

$$\varphi_{1,2} = \frac{A_{1,2}}{q},$$

где  $A_{1,2}$  – работа, совершаемая электрическим полем по переносу электрического заряда из точки 1 в точку 2;  $q$  – величина перенесенного заряда.

Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

Для сферы

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{R},$$

где  $R$  – радиус сферы.

Если заряд переносится из точки с  $r_1$  в точку  $r_2$ , то работа по перемещению заряда:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = q \left( \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r_2} \right) = \Delta W = W_1 - W_2,$$

где  $W_1$  и  $W_2$  – значения энергии поля в точках с  $r_1$  и  $r_2$ .

$$W = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \text{ [Дж]}$$

## 2.2. Примеры решения задач

**Задача 6.** В вершинах при острых углах ромба, составленного из двух равносторонних треугольников со стороной  $l = 0,25$  м, помещены заряды  $q_1 = q_2 = 2,5 \cdot 10^{-9}$  Кл. В вершине при одном из тупых углов ромба помещен заряд  $q_3 = -5 \cdot 10^{-9}$  Кл. Определить разность потенциалов между точкой  $O$  – точкой пересечения диагоналей ромба. Также определите работу по перемещению заряда  $q_4$  из точки  $A$  в точку  $O$  (рис. 2.1).

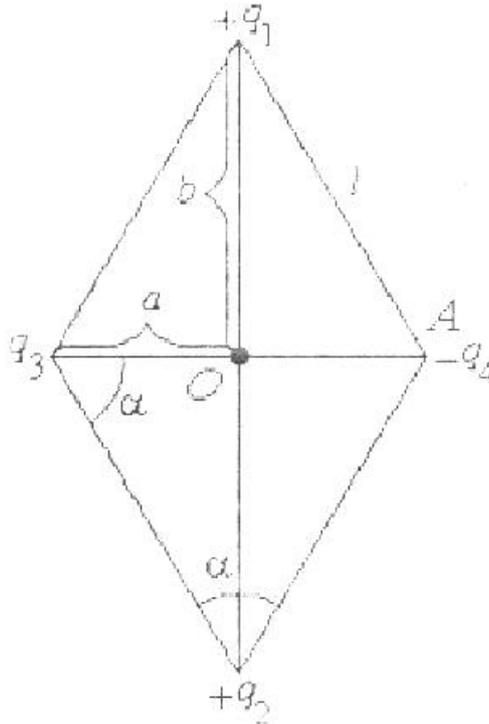


Рис. 2.1

**Анализ и решение.** Потенциал поля, созданного системой точечных зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов поля, создаваемого каждым зарядом, т.е. в точке  $A$

$$\varphi_A = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 l} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 l} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 l} = \frac{2q_1 + q_3}{4\pi\epsilon_0 l} = 0.$$

Потенциал поля в точке  $O$  равен:

$$\varphi_0 = \frac{2q_1}{4\pi\epsilon_0 b} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2q_1}{b} + \frac{q_3}{a} \right),$$

но  $a = l/2$ ,  $b = \sqrt{3}/(2)l$ , тогда

$$U = \varphi_A - \varphi_0 = -\frac{2\sqrt{3}q_1 + 3q_3}{6\pi\epsilon_0 l} = -152,4 \text{ В},$$

$$A = q_4 U = -\frac{2\sqrt{3}q_1 + 3q_3}{6\pi\epsilon_0 l} q_4 = -3,07 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}$$

Знак «-» означает, что работу совершали внешние силы против сил электрического поля.

**Задача 7.** Найти потенциал  $\varphi$  точки поля, находящийся на расстоянии  $r = 10$  см от центра заряженного шара радиусом  $R = 1$  см. Задачу решить, если: а) задана поверхностная плотность заряда на шаре  $\sigma = 0,1$  мкКл/м<sup>2</sup>; б) задан потенциал шара  $\varphi = 300$  В.

**Анализ и решение.** Потенциал точки вне шара на расстоянии  $r$  от его центра

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

а) Так как  $q = \sigma S = \sigma 4\pi R^2$ , то  $\varphi = \frac{4\pi\sigma R^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon\epsilon_0 r}$

$$\varphi = \frac{0,1 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-4}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-1}} = 11,3 \text{ В}$$

б) Потенциал шара

$$\varphi_{\text{ш}} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R},$$

$$q = \varphi_{\text{ш}} \cdot 4\pi\epsilon\epsilon_0 R.$$

Тогда

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \varphi_{\text{ш}} = \frac{R}{r} \varphi_{\text{ш}} = \frac{1}{10} 300 = 30 \text{ В}$$

**Задача 8.** Шарик массой  $m = 1$  г и зарядом  $q = 10$  нКл перемещается из точки 1, потенциал которой  $\varphi_1 = 600$  В, в точку 2, потенциал которой  $\varphi_2 = 0$ . Найти его скорость  $v_1$  в точке 1, если в точке 2 она стала равной  $v_2 = 20$  см/с.

**Анализ и решение.** Работа по перемещению шарика из точки 1 в точку 2:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

С другой стороны, работа  $A$  – это приращение кинетической энергии шарика

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

следовательно,

$$q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2),$$

отсюда

$$v_1 = \sqrt{v_2^2 - \frac{2q(\varphi_1 - \varphi_2)}{m}},$$

$$v_1 = 16,7 \text{ см/с.}$$

**Задача 9.** При бомбардировке неподвижного ядра натрия  $\alpha$ -частицей сила отталкивания между ними достигла значения  $F = 140$  Н. На какое наименьшее расстояние  $r$  приблизилась  $\alpha$ -частица к ядру атома натрия?

Какую скорость  $v$  имела  $\alpha$ -частица? Влиянием электронной оболочки атома натрия пренебречь (рис. 2.2).

**Анализ и решение.**

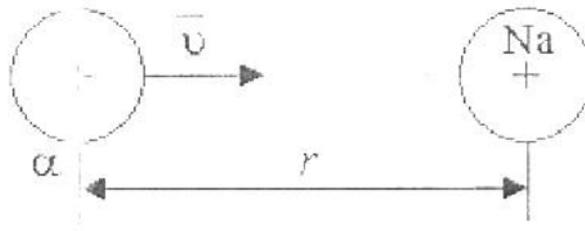


Рис. 2.2

Потенциал поля ядра натрия

$$\varphi = \frac{z_1 e}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

По закону Кулона сила отталкивания между ядром Na и  $\alpha$ -частицей:

$$F = \frac{z_1 z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

где  $z_2 = 2$ , так как  $\alpha$ -частица представляет собой ядро гелия.

Минимальное расстояние сближения ядра и  $\alpha$ -частицы:

$$r_{\min} = \frac{e}{2} \sqrt{\frac{z_1 z_2}{\pi\epsilon_0 F}} = 6,01 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

По закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{z_1 e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

тогда скорость  $\alpha$ -частицы

$$v = \sqrt{\frac{z_1 e^2}{2\pi\epsilon_0 r m}} = 1,59 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

### 2.3. Задачи для самостоятельного решения

**2.1.** Два одинаковых шарика, имеющих одинаковый заряд  $q$ , соединены пружиной. Шарик колеблется так, что расстояние между ними меняется от 1 до 41. Найти жесткость пружины, если ее длина в свободном состоянии равна 21.

$$\left[ k = \frac{1}{4} \pi\epsilon_0 \frac{q^2}{21^3} \right]$$

**2.2.** При внесении заряда  $1,0 \cdot 10^{-6}$  Кл из бесконечности в данное электрическое поле была произведена работа  $6,0 \cdot 10^{-5}$  Дж. Каков по отношению к бесконечности потенциал точки поля, в которую внесен заряд?

[60 В]

**2.3.** Заряды  $+1,0 \cdot 10^{-8}$  Кл и  $-1,0 \cdot 10^{-8}$  Кл находятся на расстоянии 30 см друг от друга. Найти потенциал точки, которая находится на линии, соединяющей заряды, в 10 см от первого и в 20 см от второго зарядов.

[450 В]

**2.4.** Два заряда по  $5,55 \cdot 10^{-9}$  Кл находятся на расстоянии 1,0 м. Какую работу нужно совершить, чтобы сблизить заряды до 10 см?

[2,5 мкДж]

**2.5.**  $\alpha$ -частица ( $m = 6,7 \cdot 10^{-27}$  кг,  $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$  Кл) вылетает из ядра радия со скоростью  $v = 20$  м/с и попадает в однородное электрическое поле, линии напряженности которого направлены противоположно направлению движения частицы. Какую разность потенциалов должна пройти частица до остановки?

[ $4,2 \cdot 10^6$  В]

**2.6.** В некоторых двух точках поля точечного заряда напряженности отличаются в 4 раза. Во сколько раз отличаются потенциалы поля в этих точках?

[В 2 раза]

**2.7.** Заряд с шара стекает в воздух при напряженности электрического поля вблизи поверхности шара  $2 \cdot 10^4$  В/см. До какого потенциала удастся зарядить металлический шар радиусом 0,1 м?

[ $2 \cdot 10^5$  В]

**2.8.** Постоянные потенциалы двух проводников относительно Земли соответственно равны 24 В и  $-8$  В. Какую работу нужно совершить, чтобы перенести заряд  $+8,0 \cdot 10^{-5}$  Кл со второго проводника на первый?

[ $2,6 \cdot 10^{-5}$  Дж]

**2.9.** Какую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы скорость его увеличилась от 0 до 8000 км/с?

[182 В]

**2.10.** В однородном поле напряженностью 60 кВ/м переместили заряд 5 нКл. Перемещение, равное по модулю 20 см, образует угол  $60^\circ$  с направлением силовой линии. Найти работу поля; изменение потенциальной энергии взаимодействия заряда и поля; и напряжение между начальной и конечной точками перемещения. Дать ответы на те же вопросы для случая перемещения отрицательного заряда.

[30 мкДж,  $-30$  мкДж, 6 кВ,  $-30$  мкДж, 30 мкДж, 6 кВ]

**2.11.** Какая совершается работа при перенесении точечного заряда в  $2 \cdot 10^{-8}$  Кл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 1 см от поверхности шара радиусом 1 см с поверхностной плотностью заряда  $\sigma = 10^{-9}$  Кл/см<sup>2</sup>.

[ $A = 1,13 \cdot 10^{-4}$  Дж]

**2.12.** Два шарика с зарядами  $q_1 = 20 \text{ СГС}_q$  и  $q_2 = 40 \text{ СГС}_q$  находятся на расстоянии  $r_1 = 40 \text{ см}$ . Какую надо совершить работу, чтобы сблизить их до расстояния  $r_2 = 25 \text{ см}$ ?

$$[A = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}]$$

**2.13.** Найти скорость  $v$  электрона, прошедшего разность потенциалов  $U$ , равную 1,5; 10; 100; 1000 В.

$$[5,93 \cdot 10^5 \text{ м/с}, 1,33 \cdot 10^6 \text{ м/с}, 1,87 \cdot 10^6 \text{ м/с}, 5,93 \cdot 10^6 \text{ м/с}, 1,87 \cdot 10^7 \text{ м/с}]$$

**2.14.** В однородном электрическом поле с напряженностью 1 кВ/м переместили заряд  $-25 \text{ нКл}$  в направлении силовой линии на 2 см. Найти работу поля, изменение потенциальной энергии взаимодействия заряда и поля, и напряжение между начальной и конечной точками передвижения.

$$[-0,5 \text{ мкДж}, 0,5 \text{ мкДж}, 20 \text{ В}]$$

### 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ, СОЗДАВАЕМЫХ ЗАРЯЖЕННЫМИ ТЕЛАМИ РАЗЛИЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

#### 3.1. Основные формулы

Поверхностная плотность заряда  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{q}{S} \text{ [Кл/м}^2\text{]}.$$

Линейная плотность заряда на нити

$$\tau = \frac{q}{d},$$

где  $q$  – заряд на нити;  $d$  – расстояние от нити.

Напряженность электрического поля, созданного бесконечно заряженной нитью:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 d}.$$

Если нить имеет конечную длину, то значение напряженности на перпендикуляре, восстановленном из середины нити на расстоянии  $a$  от нити:

$$E = \frac{\tau \sin \theta}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a},$$

где  $\theta$  – угол между направлением нормали к нити и радиус-вектором из рассматриваемой точки к концу нити.

Напряженность бесконечной заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{2\varepsilon\varepsilon_0 S},$$

где  $S$  – площадь плоскости.

Если площадью является диск радиусом  $R$ , то

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right).$$

### 3.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Заряженная бесконечная плоскость и одноименно заряженный шарик массой  $m = 0,4$  мг и зарядом  $q = 667$  нКл. Сила натяжения нити, на которой висит шарик,  $T = 0,49$  мН. Найти поверхностную плотность заряда  $\sigma$  на плоскости (рис. 3.1).

**Анализ и решение.**

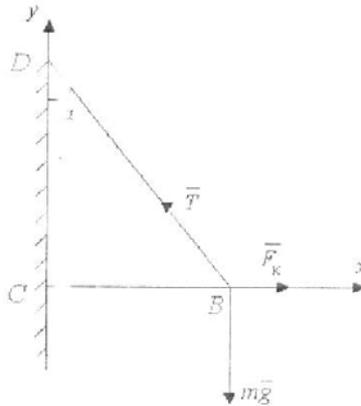


Рис. 3.1

Плоскость и шарик заряжен одноименно, поэтому на шарик действует электростатическая сила отталкивания  $\vec{F}_k$ . Нить отклоняется от вертикали до тех пор, пока все силы, действующие на шарик, не уравновесят друг друга:

$$\vec{F}_k + m\vec{g} + \vec{T} = 0.$$

Из  $\Delta$ -ка DCB:  $F_k = \sqrt{T^2 - (mg)^2}$  для бесконечной заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$\begin{aligned} \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} &\rightarrow \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{F}{q} \rightarrow \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sqrt{T^2 - (mg)^2}}{q} \rightarrow \\ \sigma &= \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 \sqrt{T^2 - (mg)^2}}{q} = 7,8 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии  $r = 10$  см друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях  $\tau_1 = \tau_2 = 10$  мкКл/м. Найти модуль и направление напряженности  $\vec{E}$

результатирующего поля в точке, находящейся на расстоянии  $a = 10$  см от каждой нити (рис. 3.2).

**Анализ и решение.**

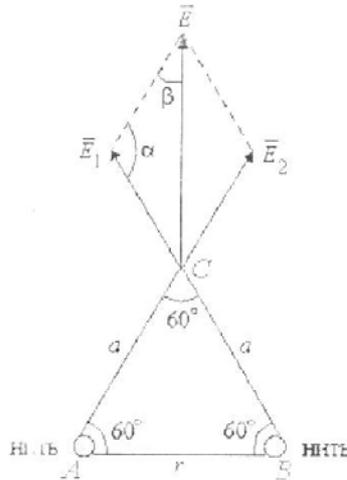


Рис. 3.2

Пусть  $\tau_1 = \tau_2 = \tau$  напряженность поля каждой нити в точке С:

$$E_1 = E_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a}.$$

Результирующая напряженность поля

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

$r = a$  ( $\triangle ABC$  – равносторонний)  $\angle ABC = 60^\circ$ ;  $\vec{E}$  перпендикулярно плоскости, проходящей через нити.

По теореме синусов:

$$\frac{E}{\sin \alpha} = \frac{E_1}{\sin \beta} \quad (\alpha = 120^\circ, \beta = 30^\circ)$$

$$E = \sqrt{3}E_1, \quad E = \frac{\sqrt{3}\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 a} = 3,12 \text{ МВ/м.}$$

**Задача 3.** Металлический шар диаметром  $d$  заряжен с поверхностной плотностью зарядов  $\sigma$ . Найти потенциал  $\varphi$  этого шара, если он окружен заземленной проводящей сферой, имеющей общий с шаром центр. Диаметр сферы  $D$ . Среда – воздух.

**Анализ и решение.** Заряд шара:

$$q = \sigma S_1,$$

где  $S_1 = \pi d^2$  – поверхность шара, следовательно,

$$q = \sigma \pi d^2.$$

Заряд на шаре обусловит появление потенциала

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{\sigma \pi d^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \frac{\sigma d}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Сфера заземлена, следовательно вследствие электростатической индукции придет заряд, равный по модулю заряду шара, но противоположного знака, следовательно

$$-\varphi_2 = -\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} = -\frac{\sigma d^2}{2\epsilon\epsilon_0 D}.$$

Потенциал шара, обусловленный зарядами сферы и металлического шара:

$$\varphi = \varphi_1 + (-\varphi_2) = \frac{\sigma d}{2\epsilon\epsilon_0} - \frac{\sigma d^2}{2\epsilon\epsilon_0 D} = \frac{\sigma d}{2\epsilon\epsilon_0} \left(1 - \frac{d}{D}\right).$$

### 3.3. Задачи для самостоятельного решения

**3.1.** Сравнить работы поля при перемещении заряда из точки А в точки В, С, D.

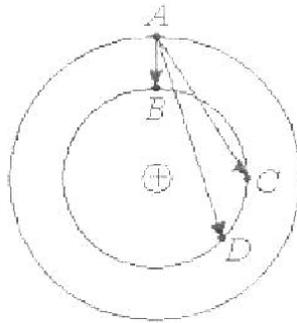


Рис. 3.3

**3.2.** Определить потенциал  $\varphi$  точки поля, находящейся на расстоянии  $a = 9$  см от поверхности заряженного шара радиусом  $R = 1$  см, если поверхностная плотность зарядов на шаре  $\sigma = 1 \cdot 10^{-11}$  Кл/см<sup>2</sup>. Среда – воздух.

$$[\varphi = 11,3 \text{ В}]$$

**3.3.** Между двумя горизонтальными плоскостями, заряженными разноименно и расположенными на расстоянии  $d = 5$  мм друг от друга, находится в равновесии капелька масла массой 20 нг. Найти число избыточных электронов  $N$  на этой капельке. Среда – воздух. Разность потенциалов между плоскостями  $U = 2$  кВ.

$$[N = 3 \cdot 10^3]$$

**3.4.** Проводящая сфера радиусом  $R$  несет положительный заряд  $q_0$ , распределенный равномерно по ее поверхности. В небольшое отверстие О в этой сфере вставлен бесконечно тонкий стержень АВ с шариками радиусом  $r$  на концах. Найти заряд  $q$  на шариках.

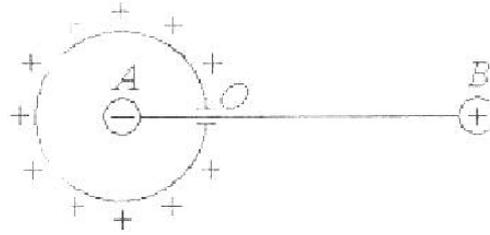


Рис. 3.4

$$\left[ q = q_0 \frac{r}{2R} \right]$$

**3.5.** Пылинка с зарядом  $q = 1$  нКл неподвижно висит в однородном электрическом поле с напряженностью  $E = 2 \cdot 10^4$  Н/Кл, вектор напряженности которого направлен вверх. Найти массу пылинки  $m$ . Сколько избыточных электронов содержит пылинка?

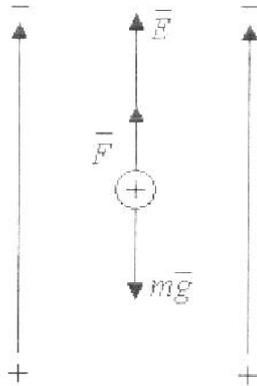


Рис. 3.5

$$[m = 2 \cdot 10^{-6} \text{ кг}, N = 6 \cdot 10^9]$$

**3.6.** К бесконечной, вертикальной, равномерно заряженной плоскости прикреплена одним концом невесомая нить, на другом конце которой находится одноименно с нитью заряженный шарик радиусом  $R = 0,5$  см, несущий заряд  $q = 1 \cdot 10^{-10}$  Кл. Плотность вещества шарика  $\rho = 2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Натяжение нити  $T = 4,9 \cdot 10^{-2}$  Н. Какой угол  $\alpha$  образует с плоскостью нити, на которой висит шарик? Среда – воздух.

$$[\alpha = 78^\circ]$$

**3.7.** Четыре одинаковых точечных заряда  $q$  расположены на одной прямой на расстоянии  $r$  друг от друга. Какую работу  $A$  надо совершить, чтобы переместить эти заряды в вершины тетраэдра со стороной  $r$ ? Среда – вакуум.

$$\left[ A = \frac{5q^2}{12\pi\epsilon_0 r} \right]$$

**3.8.** С какой силой  $F_S$  на единицу площади отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости? Поверхностная плотность заряда  $\sigma = 0,3 \text{ мКл/м}^2$ .

$$[F_S = 5,1 \text{ Н/м}]$$

**3.9.** Два одинаково заряженных шарика диаметрами  $d = 0,5 \text{ см}$  каждый расположены на расстоянии  $l = 2 \text{ см}$  между их поверхностями. До какого потенциала  $\varphi$  они заряжены, если сила их отталкивания друг от друга  $F = 2 \text{ мкН}$ ? Среда – воздух.

$$[\varphi = 1340 \text{ В}]$$

**3.10.** Между вертикальными разноименно заряженными пластинами помещена палочка длиной  $l = 2 \text{ см}$ , изготовленная из диэлектрика. На ее концах находятся точечные заряды  $q_1 = -1 \text{ мкКл}$  и  $q_2 = +1 \text{ мкКл}$ . Разность потенциалов между пластинами  $U = 2 \text{ В}$ , расстояние между ними  $d = 4 \text{ см}$ . Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть эту палочку на угол  $\alpha = 180^\circ$  вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр?

$$[A = -1 \text{ мкДж}]$$

**3.11.** Два шара, заряженные одинаково имеют потенциал  $\varphi_1 = 10 \text{ В}$  и  $\varphi_2 = 40 \text{ В}$ . Найти потенциал  $\varphi$  этих проводников после их соприкосновения друг с другом.

$$[\varphi = 16 \text{ В}]$$

## 4. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

### 4.1. Примеры решения задач

**Задача 4.** Электрон влетает в однородное электрическое поле со скоростью  $v_0$ , направленной перпендикулярно вектору напряженности  $E$ . Под каким углом  $\varphi$  к линиям вектора напряженности будет направлен вектор его скорости через время  $t$  полета в поле? Чему будет равна работа сил поля  $A$  за это время? Чему будет равна кинетическая энергия электрона  $W_k$  через время  $t$ ? Напряженность поля  $E$ , масса электрона  $m_e$  и его заряд известны (рис. 4.1).

**Анализ и решение.**

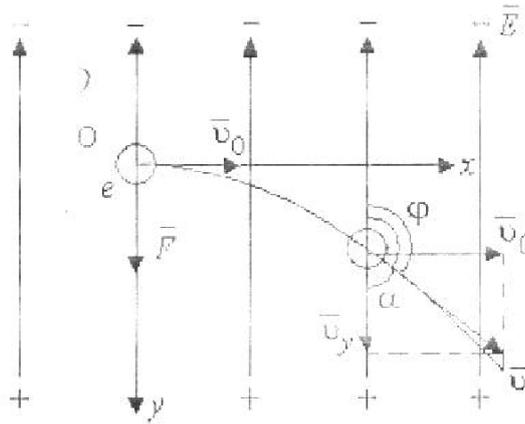


Рис. 4.1

Движение электрона, влетевшего в поле перпендикулярном линиям вектора  $\vec{E}$  представляет собой суперпозицию двух движений, равномерного и прямолинейного в направлении вектора начальной скорости  $\vec{v}_0$  (на электрон в этом направлении никакие силы не действуют), а также равноускоренного вниз под действием электрической силы  $\vec{F}$ . Движение по параболе. Проекция его начальной скорости на ось  $Oy$ :

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2}. \quad (1)$$

$$v_y = v_{0y} + at \rightarrow v_y = at \quad (v_{0y} = 0),$$

$$a = \frac{F}{m_e} = \frac{eE}{m_e} \rightarrow v_y = \frac{eE}{m_e} t,$$

подставим в (1)

$$v = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{eEt}{m_e}\right)^2},$$

$$W_k = \frac{m_e}{2} \left[ v_0^2 + \left(\frac{eEt}{m_e}\right)^2 \right].$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0}{v_y} \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0 m_e}{eEt} \rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \left( \frac{m v_0}{eEt} \right).$$

$$\varphi = 180^\circ - \alpha, \text{ т.е. } \varphi = 180^\circ - \operatorname{arctg} \left( \frac{m v_0}{eEt} \right).$$

$$A = W_k - W_{k0}, \text{ где } W_{k0} = \frac{m_e v_0^2}{2},$$

$$A = W_k - \frac{m_e v_0^2}{2}.$$

**Задача 5.** В однородном электрическом поле напряженностью  $E = 2$  кВ/см переместили заряд  $q = -20$  нКл в направлении силовой линии поля на расстояние  $d = 10$  см. Найти работу поля  $A$ , изменение

потенциальной энергии поля  $\Delta W_{\text{п}}$  и напряжение (разность потенциалов)  $U$  между начальной и конечной точками перемещения.

**Анализ и решение.**

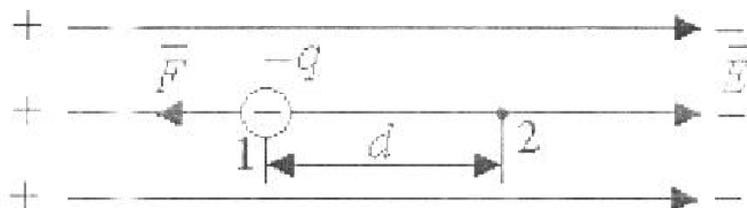


Рис. 4.2

Со стороны поля на отрицательный заряд будет действовать постоянная сила  $\vec{F} = q\vec{e}$ , антипараллельная его перемещению из точки 1 в точку 2:

$$A = Fd \cos \alpha ,$$

где  $\alpha = 180^\circ$ ,  $\cos \alpha = -1$ .

Следовательно

$$A = -qed .$$

$$A = -\Delta W_{\text{п}} \rightarrow \Delta W_{\text{п}} = -A \rightarrow \Delta W_{\text{п}} = qed ,$$

$$A = qU \rightarrow U = \frac{A}{q} .$$

$$A = -2 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,1 = -4 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} .$$

$$\Delta W_{\text{п}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} .$$

$$U = \frac{-4 \cdot 10^{-4}}{-2 \cdot 10^{-8}} = 2 \cdot 10^4 \text{ В} .$$

**Задача 6.** В плоский конденсатор влетает электрон со скоростью  $v_0 = 2 \cdot 10^6$  м/с, направленной параллельно обкладкам конденсатора. На какое расстояние  $h$  сместится электрон к нижней обкладке за время пролета конденсатора? Расстояние между обкладками конденсатора  $d = 2$  см, длина конденсатора  $l = 5$  см, разность потенциалов между обкладками  $U = 2$  В.

**Анализ и решение.**

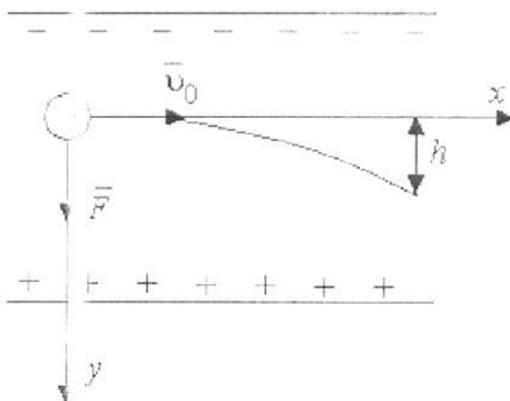


Рис. 4.3

При влете электрона в заряженный конденсатор на него со стороны поля конденсатора сразу начинает действовать постоянная сила  $\vec{F} = m_e \vec{a}$ , направленная в сторону положительной обкладки конденсатора, перпендикулярной первоначальному направлению движения электрона

$$h = \frac{at^2}{2},$$

так как  $v_{0y} = 0$ .

$$l = v_0 t, \\ t = \frac{l}{v_0} \rightarrow h = \frac{a}{2v_0^2} l^2$$

движение по параболе

$$E = \frac{F}{e} \rightarrow F = eE; E = \frac{U}{d} \rightarrow F = e \frac{U}{d}, \\ a = \frac{eU}{m_e d} \rightarrow h = \frac{eUl^2}{2m_e d v_0^2} = \frac{eU}{2m_e d} \left( \frac{l}{v_0} \right)^2; \\ h = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,02} \left( \frac{0,05}{2 \cdot 10^6} \right)^2 = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

#### 4.1. Задачи для самостоятельного решения

**4.1.** В однородном поле напряженностью  $E = 20$  кВ/м переместили заряд  $q = 2$  нКл под углом  $\alpha = 30^\circ$  к направлению силовых линий поля. Модуль перемещения  $|\Delta \vec{r}| = 80$  см. Найти работу поля  $A$ , изменение потенциальной энергии взаимодействия заряда с полем  $\Delta W_{\text{п}}$  и напряжение  $U$  между начальной и конечной точками перемещения.

$$[A = qE|\Delta \vec{r}| \cos \alpha = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}, \Delta W_{\text{п}} = -2,7 \cdot 10^{-5} \text{ Дж},$$

$$U = E|\Delta \vec{r}| \cos \alpha = 1,4 \cdot 10^4 \text{ В}]$$

**4.2.** Какую разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  должен пролететь электрон по силовой линии, чтобы его скорость увеличилась в 5 раз, если его начальная скорость  $v_0 = 1$  мм/с?

$$\left[ \varphi_1 - \varphi_2 = 12 \frac{m_e v_0^2}{e} \right]$$

**4.3.** При радиоактивном распаде из ядра атома полония вылетает  $\alpha$ -частица со скоростью  $v = 1,6 \cdot 10^8$  см/с. Найти разность потенциалов и поля, в котором можно разогнать покоящуюся  $\alpha$ -частицу  $m = 6,65 \cdot 10^{-27}$  кг, ее заряд равен  $2e$ , где  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл (элементарный заряд).

$$\left[ U = \frac{mv^2}{4e} \right]$$

**4.4.** Электрон вылетает со скоростью  $v = 10$  м/с, параллельной пластинам плоского горизонтально расположенного конденсатора.

Напряженность поля в конденсаторе  $E = 10^4$  В/м, длина пластин конденсатора  $l = 5 \cdot 10^{-2}$  м. Найдите величину и направление скорости электрона перед вылетом из конденсатора.

$$[V = 1,33 \cdot 10^7 \text{ м/с}, \alpha = 41,3^\circ]$$

**4.5.** Какую работу нужно совершить, чтобы переместить заряд  $5,0 \cdot 10^{-8}$  Кл между двумя точками электрического поля с разностью потенциалов 1600 В?

$$[8 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}]$$

**4.6.** Заряженная частица после прохождения разности потенциалов 1 кВ приобретает энергию 8000 эВ. Определить заряд частицы, выразив его через заряд электрона.

$$[8e]$$

**4.7.**  $\alpha$ -частица ( $m = 6,7 \cdot 10^{-27}$  кг,  $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$  Кл) вылетает из ядра радия со скоростью  $v = 20$  мм/с и попадает в однородное электрическое поле, линии напряженности которого направлены противоположно направлению движения частицы. Какую разность потенциалов должна пройти частица до остановки?

$$[4,2 \cdot 10^6 \text{ В}]$$

**4.8.** Шарик массой  $m$  и зарядом  $+q$ , подвешенный на нити длиной  $l$ , равномерно вращается в однородном электростатическом поле напряженностью  $E$ , линии напряженности которого направлены вертикально вниз. Угол отклонения нити от вертикали равен  $\alpha$ . Определить силу натяжения нити и скорость вращения шарика.

$$\left[ v = \sqrt{\frac{l \sin^2 \alpha (mg + Eq)}{m \cos \alpha}}, F_{\text{н}} = \frac{mg + Eq}{\cos \alpha} \right]$$

**4.9.** Вычислить отклонение луча на экране электронного осциллографа  $S$  в случае, если ускоряющее анодное напряжение  $U_a = 900$  В, напряжение на отклоняющих пластинах  $U = 100$  В, их длина  $l = 5$  см, расстояние между пластинами  $\alpha = 1$  см, расстояние от рассмотренных пластин до экрана  $L = 10$  см.

$$\left[ S = \frac{Ul(l+L)}{4dU_a} = 3,5 \text{ см} \right]$$

**4.10.** Металлический шарик массой  $m = 10$  г и с зарядом  $q = 10^{-4}$  Кл подвешен на нити в электрическом поле с напряженностью  $E = 500$  В/м, направленной вертикально вниз. Шарик отводят в сторону до горизонтального уровня и отпускают. Определить натяжение нити  $T$  в нижней точке траектории шарика ( $g = 10 \text{ м/с}^2$ ).

$$[T = 3(mg + Eq) = 0,45 \text{ Н}]$$

**4.11.** Протон и  $\alpha$ -частица, двигаясь с одинаковой скоростью влетают в плоский конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз отклонение протона полем конденсатора будет больше отклонения  $\alpha$ -частицы.

[В 2 раза]

## 5. ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

### 5.1. Основные формулы

Напряженность и потенциал электрического поля связаны соотношением

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

В однородном поле плоского конденсатора

$$E = \frac{U}{d},$$

где  $U$  – разность потенциалов между пластинами;  $d$  – расстояние между пластинами.

Плоский конденсатор

$$U = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}d, \quad E = \frac{U}{d} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Цилиндрический конденсатор:

$$U = \frac{\tau \ln \frac{R}{r}}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0},$$

где  $R$  – радиус внешней обкладки;  $r$  – радиус внутренней обкладки;  $\tau$  – линейная плотность заряда.

Сферический конденсатор

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right).$$

Сила притяжения пластин конденсатора друг к другу:

$$F = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S}{2}.$$

Диэлектрическая проницаемость диэлектрика

$$\varepsilon = \frac{E}{E_{\text{в}}},$$

где  $E_{\text{в}}$  – напряженность поля в вакууме;  $E$  – напряженность поля в диэлектрике.

Диэлектрическая восприимчивость вещества  $\varkappa$  связана с  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = 1 + \varkappa.$$

### 5.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Слюдяная пластина заполняет все пространство между обкладками плоского конденсатора емкостью  $C_1 = 10$  мкФ. Диэлектрическая проницаемость слюды  $\varepsilon_1 = 6$ , заряд конденсатора  $q = 100$  мкКл. Какую работу надо совершить, чтобы вынуть пластину из конденсатора?

**Анализ и решение.**

$$A = -\Delta W_n = -(W_{n2} - W_{n1}).$$

$$W_{n1} = \frac{q^2}{2C_1} \text{ — потенциальная энергия конденсатора с пластиной;}$$

$$W_{n2} = \frac{q^2}{2C_2} \text{ — потенциальная энергия без пластины.}$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}{d}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d} \rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S d}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 d S} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \rightarrow$$

$$C_2 = \frac{C_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

значит,

$$W_{n2} = \frac{q^2 \varepsilon_1}{2C_1 \varepsilon_2} \rightarrow$$

$$A = -\left( \frac{q^2 \varepsilon_1}{2C_1 \varepsilon_2} - \frac{q^2}{2C_1} \right) = -\frac{q^2}{2C_1} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1 \right),$$

$$A = -\frac{10^{-8}}{2 \cdot 10^{-5}} \left( \frac{6}{1} - 1 \right) = -2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = -2,5 \text{ Дж.}$$

Следовательно, энергия поля конденсатора уменьшилась.

**Задача 2.** Между пластинами плоского конденсатора вложена тонкая слюдяная пластина. Какое давление  $p$  испытывает эта пластинка при напряженности электрического поля  $E = 1$  мВ/м?

**Анализ и решение.**

$$p = \frac{F}{S},$$

где  $F$  — сила притяжения между пластинами конденсатора.

$$F = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2 S}{2} \rightarrow$$

$$p = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2 S}{2S} = \frac{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^6 \cdot 10^6}{2} = 26,5 \text{ Па.}$$

**Задача 3.** Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Его энергия при этом  $W = 20$  мкДж. После того, как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Работа, которую надо было совершить против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик,  $A = 70$  мкДж. Найти диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon$  диэлектрика.

**Анализ и решение.**

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \text{конденсатор заполнен диэлектриком.}$$

$$C_2 = \frac{C_1}{\varepsilon} - \text{емкость после удаления диэлектрика.}$$

$$q = CU - \text{заряд остался прежним.}$$

$$U_2 = \varepsilon U_1;$$

$$W_2 = \frac{C_1 U_1^2 \varepsilon^2}{2\varepsilon} = W_1 \varepsilon - \text{энергия после удаления диэлектрика.}$$

$$\varepsilon = \frac{W_1 + A}{W_1} = \frac{A}{W_1} + 1; \quad \varepsilon = \frac{70}{20} + 1 = 4,5.$$

**Задача 4.** На пластины плоского конденсатора, расстояние между которыми  $d = 3$  см, подана разность потенциалов  $U = 1$  кВ. Пространство между пластинами заполняется диэлектриком ( $\varepsilon = 7$ ). Найти поверхностную плотность связанных (поляризационных) зарядов  $\sigma_{св}$ . Насколько изменится поверхностная плотность заряда на пластинах при заполнении конденсатора диэлектриком? Решить задачу, если заполнение конденсатора диэлектриком производится: а) до отключения конденсатора от источника; б) после отключения конденсатора от источника напряжения.

**Анализ и решение.**

$$\sigma = \sigma_d - \sigma_{св}, \quad (1)$$

где  $\sigma_d$  – поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора в присутствии диэлектрика;  $\sigma_{св}$  – поверхностная плотность связанных (поляризационных) зарядов на диэлектрике;  $\sigma_0$  – поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора в отсутствие диэлектрика.

$$E_1 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{U_1}{d} \quad (2)$$

- в отсутствие диэлектрика.

$$E_2 = \frac{\sigma_d}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{U_2}{d} \quad (3)$$

- в присутствии диэлектрика.

Из (1) следует

$$\sigma_{св} = \sigma_d - \sigma.$$

Из (3) следует

$$\sigma_{св} = \varepsilon \varepsilon_0 E_2 - \varepsilon_0 E_2 = \varepsilon_0 E_2 (\varepsilon - 1) = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \frac{U_2}{d}.$$

а) до отключения конденсатора от источника напряжения

$$U_1 = U_2 = U,$$

$$\sigma_{св} = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \frac{U}{d},$$

$$\sigma_{св} = (7 - 1) \frac{1000}{0,03} 8,85 \cdot 10^{-12} = 17,7 \text{ мкКл/м}^2.$$

Изменение поверхностной плотности заряда при заполнении конденсатора диэлектриком

$$\sigma_d - \sigma_0 = \varepsilon_0(\varepsilon - 1) \frac{U}{d} = \sigma_{св} = 17,7 \text{ мкКл/м}^2$$

- на пластинах конденсатора появляются добавочные заряды, компенсирующие уменьшение заряда из-за поляризации диэлектрика;

б) после отключения конденсатора от источника напряжения

$$q = \text{const.}$$

$$U_2 = \frac{\varepsilon_1 U_1}{\varepsilon_2},$$

$$\sigma_{св} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1) \frac{U_2}{d} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1) \frac{\varepsilon_1 U_1}{\varepsilon_2 d},$$

так как  $q = \text{const}$ , то  $\sigma_{св} = \sigma_0$  – поверхностная плотность заряда на пластине конденсатора не изменяется.

### 5.3. Задачи для самостоятельного решения

**5.1.** Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено маслом. Расстояние между пластинами  $d = 1$  см. Какую разность потенциалов  $U$  надо подать на пластины конденсатора, чтобы поверхностная плотность связанных зарядов на масле была равна  $\sigma_{св} = 6,2$  мкКл/м<sup>2</sup>?

$$[U = 1,75 \text{ кВ}]$$

**5.2.** Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом. Площадь пластин конденсатора  $S = 0,01$  м<sup>2</sup>. Пластины конденсатора притягиваются друг к другу с силой  $F = 4,9$  мН. Найти поверхностную плотность связанных зарядов  $\sigma_{св}$  на стекле.

$$[\sigma_{св} = 0,6 \text{ мкКл/м}^2]$$

**5.3.** Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено парафином. При присоединении пластин к источнику напряжения давление пластин на парафин стало равным  $p = 5$  Па. Найти: а) напряженность электрического поля  $E$  и электрическое смещение  $D$  в парафине; б) поверхностную плотность заряда  $\sigma_{св}$  на парафине; в) поверхностную плотность заряда  $\sigma_{св}$  на пластинах конденсатора; г) объемную плотность энергии  $W_0$  электрического поля в парафине; д) диэлектрическую восприимчивость  $\varepsilon$  парафина.

$$\left[ \text{а) } E = \sqrt{\frac{2p}{\varepsilon\varepsilon_0}} = 752 \text{ кВ/м}; D = \varepsilon\varepsilon_0 E = 13,3 \text{ мкКл/м}^2; \text{б) } \sigma_{св} = 6,7 \text{ мкКл/м}^2; \right.$$

$$\left. \text{в) } \sigma_d = 13,3 \text{ мкКл/м}^2; \text{г) } W_0 = 5 \text{ Дж/м}^3; \text{д) } \varepsilon = \frac{\sigma_{св}}{4\pi\varepsilon_0 E} = 0,08 \right]$$

**5.4.** Пластины плоского конденсатора площадью  $S = 0,01 \text{ м}^2$  каждая притягиваются друг к другу с силой  $F = 30 \text{ мН}$ . Пространство между пластинами заполнено слюдой. Найти: а) заряды  $q$ , находящиеся на пластинах; б) напряженность  $E$  поля между пластинами; в) объемную плотность энергии  $W_0$  поля.

$$[q = 178 \text{ нКл}, E = 336 \text{ кВ/м}, W_0 = 3 \text{ Дж/м}^2]$$

**5.5.** Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком. Расстояние между пластинами  $d = 2 \text{ мм}$ . На пластины конденсатора подана разность потенциалов  $U_1 = 0,6 \text{ кВ}$ . Если, отключив источник напряжения, вынуть диэлектрик из конденсатора, то разность потенциалов на пластинах конденсатора возрастает до  $U_2 = 1,8 \text{ кВ}$ . Найти поверхностную плотность связанных зарядов  $\sigma_{\text{св}}$  на диэлектрике и диэлектрическую восприимчивость  $\epsilon$  диэлектрика.

$$[\sigma_{\text{св}} = 5,3 \text{ мкКл/м}^2, \epsilon = 0,159]$$

**5.6.** Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком, диэлектрическая восприимчивость которого  $\epsilon = 0,08$ . Расстояние между пластинами  $d = 5 \text{ мм}$ . На пластины конденсатора подана разность потенциалов  $U = 4 \text{ кВ}$ . Найти поверхностную плотность заряда  $\sigma_{\text{д}}$  на пластинах конденсатора.

$$\left[ \sigma_{\text{д}} = \frac{U\epsilon\epsilon_0}{d} = 14 \text{ мкКл/м}^2 \right]$$

**5.7.** Во сколько раз изменится емкость плоского воздушного конденсатора, если уменьшить площадь его обкладок в 1,5 раза, уменьшить расстояние между ними в 2 раза и пространство между обкладками заполнить слюдой с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2 = 6$ ?

$$[C_2/C_1 = 8]$$

**5.8.** Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин диаметром  $D = 2 \text{ см}$ , между которыми находится слой парафина с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2$ . Какой максимальный заряд  $q$  должен быть на пластинах, чтобы при напряженности электрического поля  $E = 5 \text{ МВ/м}$  произошел пробой диэлектрика?

$$[q = 5,6 \text{ нКл}]$$

**5.9.** При введении в воздушный конденсатор диэлектрика напряжение на нем уменьшилось с  $U = 240 \text{ В}$  на  $\Delta U = 160 \text{ В}$ , а заряд остался прежним. Найти диэлектрическую проницаемость диэлектрика  $\epsilon$ .

$$[\epsilon = U/(U - \Delta U) = 3]$$

**5.10.** Между обкладками плоского конденсатора зажата стеклянная пластина. Площадь обкладок конденсатора  $S = 100 \text{ см}^2$ . Обкладки притягиваются друг к другу с силой  $F = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$ . Найти поверхностную

плотность свободных зарядов  $\sigma$  на обкладках. Относительная диэлектрическая проницаемость стекла  $\varepsilon = 6$ .

$$\left[ \sigma = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 F}{S}} = 7 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2 \right]$$

## 6. КОНДЕНСАТОРЫ

### 6.1. Основные формулы

Емкостью называется коэффициент пропорциональности между зарядом и потенциалом

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

За единицу емкости принимается емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл (1 фарада)

$$1 \text{ Ф} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ В}}.$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},$$

где  $U = \varphi_1 - \varphi_2$  – напряжение на обкладках конденсатора (разность потенциалов обкладок конденсатора).

1. Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

где  $S$  – площадь каждой пластины.

2. Емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}{\ln \frac{R}{r}},$$

где  $L$  – высота коаксиальных цилиндров;  $r$  и  $R$  – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров.

3. Емкость сферического конденсатора

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 rR}{R - r},$$

где  $r$  и  $R$  – радиусы внутренней и внешней сфер.

В частном случае, когда  $R = \infty$

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r.$$

Емкость системы конденсаторов равна:

при параллельном соединении конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots;$$

при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Энергия уединенного заряженного проводника

$$W = \frac{1}{2}qU, \quad W = \frac{1}{2}CU^2, \quad W = \frac{q^2}{2C}.$$

В частном случае плоского конденсатора

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S d}{2} = \frac{\delta^2 S d}{2\varepsilon_0 \varepsilon},$$

где  $S$  – площадь каждой пластины;  $\delta$  – поверхностная плотность заряда на пластинах;  $U$  – разность потенциалов между пластинами.

Величина

$$W_0 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

называется объемной плотностью энергии электрического поля.

Сила притяжения пластин плоского конденсатора

$$F = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d^2} = \frac{\delta^2 S}{2\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

## 6.2. Примеры решения задач

**Задача 5.** Определить емкость  $C$  батареи конденсаторов, изображенной на рисунке. Емкость каждого конденсатора  $C_i = 1$  мкФ (рис. 6.1).

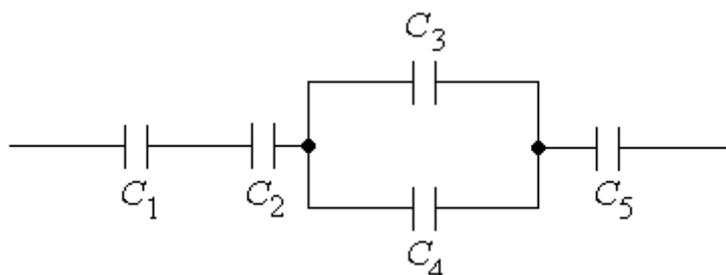


Рис. 6.1

**Анализ и решение.** Конденсаторы  $C_3$  и  $C_4$  соединены параллельно, их общая емкость  $C_{34} = C_3 + C_4$ .

Теперь мы имеем батарею из 4-х последовательно соединенных конденсаторов:  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_{34}$  и  $C_5$ . Их общая емкость:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3 + C_4} + \frac{1}{C_5},$$

т.к.  $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 1$  мкФ.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{7}{2}.$$

$$C = \frac{7}{2} = 0,286 \text{ (мкФ)}.$$

**Задача 6.** Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Его энергия некоторая разность потенциалов. После того, как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Работа, которую надо было совершить против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик,  $A = 70$  мкДж. Найти  $\epsilon$  диэлектрика.

**Анализ и решение.** Энергия конденсатора, заполненного диэлектриком

$$W_1 = \frac{Q^2}{2C_1} = \frac{C_1 U_1^2}{2}.$$

Диэлектрик ослабляет поле в  $\epsilon$  раз, увеличивая емкость конденсатора в  $\epsilon$  раз. После удаления диэлектрика емкость конденсатора уменьшилась в  $\epsilon$  раз и стала

$$C_2 = \frac{C_1}{\epsilon}.$$

$Q$  на конденсаторе остается постоянным, т.к. он отключается после зарядки от источника питания, следовательно разность потенциалов увеличивается после удаления диэлектрика в  $\epsilon$  раз:  $U_2 = \epsilon U_1$  энергия конденсатора после

удаления диэлектрика  $W_2 = \frac{C_1 U_1^2 \epsilon^2}{2\epsilon} = W_1 \epsilon$  и  $\epsilon = \frac{W_2}{W_1}$ .  $W_2 - W_1 = A$  – работа

по извлечению диэлектрика из конденсатора.

$A$  равна энергии, которая расходовалась полем конденсатора на преодоление поля связанных зарядов в диэлектрике, следовательно:  $W_2 > W_1$ , т.е.  $W_2 = W_1 + A$ .

$$\epsilon = \frac{W_1 + A}{W_1} = \frac{90}{20} = 4,5.$$

**Задача 7.** Площадь пластин плоского воздушного конденсатора  $S = 0,01$  м<sup>2</sup>, расстояние между ними  $d = 5$  мм. К пластинам приложена разность потенциалов  $U_1 = 300$  В. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется эбонитом. Какова будет разность потенциалов  $U_2$  между пластинами после заполнения? Найти емкости конденсатора  $C_1$  и  $C_2$  и поверхностные плотности заряда  $\delta_1$  и  $\delta_2$  на пластинах до и после заполнения.

**Анализ и решение.** Так как заполнение конденсатора эбонитом производилось после отключения от источника напряжения, то по закону

сохранения заряда заряд на пластинах конденсатора  $q = \text{const}$  следовательно

$$\delta = \frac{q}{S} = \text{const}, \text{ т.е. } q_1 = q_2, \quad \delta_1 = \frac{q_1}{S} = \delta_2 = \frac{q_2}{S},$$

$$\delta = \varepsilon \varepsilon_0 E.$$

Отсюда  $\varepsilon_0 E_1 = \varepsilon \varepsilon_0 E_2,$

т.к.  $E = \frac{U}{d}$ , то  $\varepsilon_0 \frac{U_1}{d} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{U_2}{d}$  или  $U_1 = \varepsilon U_2$  отсюда  $U_2 = \frac{U_1}{\varepsilon}.$

$$U_2 = \frac{3 \cdot 10^2}{2,6} = 115 \text{ В};$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-3}} = 17,7 \text{ пФ};$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} = \varepsilon C_1 = 2,6 \cdot 17,7 = 46 \text{ пФ};$$

$$q = CU; \quad \delta = \frac{CU}{S};$$

$$\delta_1 = \frac{C_1 U_1}{S} = \delta_2 = \frac{C_2 U_2}{S};$$

$$\delta_1 = \delta_2 = \frac{46 \cdot 10^{-12} \cdot 115}{10^{-2}} = 531 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2.$$

### 6.3. Задачи для самостоятельного решения

**6.1.** В каких пределах может измениться емкость  $C$  системы, состоящей из двух конденсаторов переменной емкости, если емкость  $C_1$  каждого из них изменяется от 10 до 450 пФ?

$$[C_{\min} = 5 \text{ пФ}; C_{\max} = 900 \text{ пФ}]$$

**6.2.** На пластины плоского конденсатора, расстояние между которыми  $d = 3$  см, подана разность потенциалов  $U = 1$  кВ. Пространство между пластинами заполняется диэлектриком ( $\varepsilon = 7$ ). Найти поверхностную плотность связанных зарядов (поляризационных)  $\delta_{\text{св}}$ . Насколько изменяется поверхностная плотность заряда на пластинах при заполнении конденсатора диэлектриком? Задачу решить, если заполнение конденсатора диэлектриком производится: а) до отключения конденсатора от источника напряжения; б) после отключения конденсатора от источника напряжения.

$$[\text{а) } \delta'_{\text{св}} = 17,7 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2; \text{ б) } \delta''_{\text{св}} = 2,53 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2]$$

**6.3.** Разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$   $U = 9$  В. Емкость конденсаторов соответственно равна  $C_1 = 3$  мкФ и  $C_2 = 6$  мкФ. Определите:

1) заряды  $Q_1$  и  $Q_2$ ; 2) разность потенциалов  $U_1$  и  $U_2$  на обкладках каждого конденсатора (рис. 6.2).

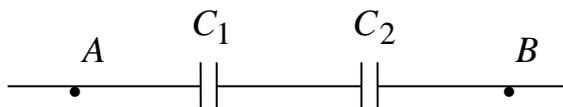


Рис. 6.2

$$[U_1=6 \text{ В}; U_2=3 \text{ В}; Q_1=Q_2=18 \text{ мкКл}]$$

**6.4.** В плоском воздушном конденсаторе, заряженном до некоторой разности потенциалов, пластины притриваются друг к другу с силой  $F_0$ . Во сколько раз изменится сила притяжения пластин, если конденсатор опустить в керосин  $\epsilon_{\text{кер}} = 2$ . Задачу решить для двух случаев: 1) конденсатор отключается от батареи до опускания в диэлектрик; 2) конденсатор все время остается соединенным с батареей.

$$\left[ F_1 = \frac{F_0}{2}; F_2 = 2F_0 \right]$$

**6.5.** Два одинаковых плоских конденсатора подключены к источникам напряжения  $U$ . Пространство между пластинами конденсаторов заполнено слоями диэлектриков одинаковой толщины с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ . В одном конденсаторе слое расположены параллельно обкладкам, во втором – перпендикулярно. Во сколько раз отличаются емкости этих конденсаторов (рис. 6.3)?

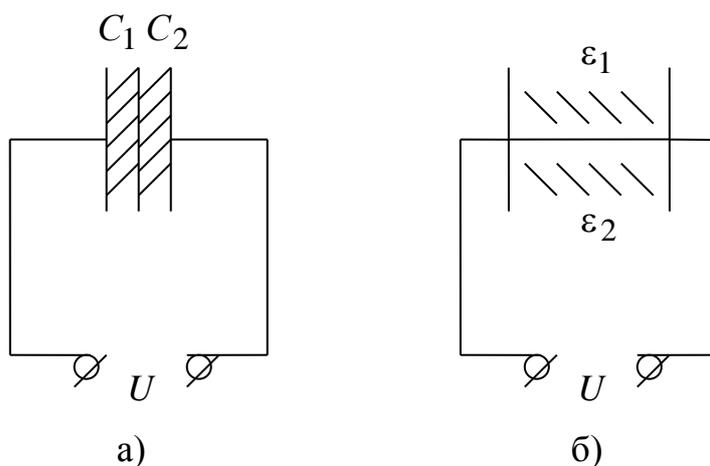


Рис. 6.3

$$\left[ \frac{C_1}{C_2} = \frac{4\epsilon_1\epsilon_2}{(\epsilon_1 + \epsilon_2)^2} \right]$$

**6.6.** Два одинаковых воздушных конденсатора соединены последовательно и подключены к батарее с постоянной ЭДС. Один из них заполняют диэлектриком с  $\varepsilon = 4$ . Во сколько раз изменится напряженность электрического поля в этом конденсаторе?

$$\left[ \frac{U_2}{U_1} = 0,4 \left( \frac{2}{5} \right) \right]$$

**6.7.** Конденсатор неизвестной емкости  $C_1$  заряжен до напряжения  $U_1 = 80$  В. При параллельном подключении этого конденсатора к конденсатору емкостью  $C_2 = 60$  мкФ, заряженному до напряжения  $U_2 = 16$  В, напряжение на батарее становится  $U = 20$  В, если конденсаторы соединить обкладками одного знака. Определить емкость  $C_1$ .

$$[C_1 = 4 \text{ мкФ}]$$

**6.8.** К воздушному конденсатору, напряжение на котором  $U_1 = 210$  В, присоединили параллельно такой же незаряженный конденсатор, но с диэлектриком из стекла. Какова диэлектрическая проницаемость стекла, если напряжение на зажимах батареи стало  $U = 30$  В?

**6.9.** Плоский конденсатор погружают в жидкость с  $\varepsilon$  и заряжают до напряжения  $U$ . После отключения источника напряжения пластины начинают вынимать из диэлектрика. При каком расстоянии  $x$  между уровнем жидкости и верхним концом пластин произойдет пробой конденсатора, если пробойное значение напряженности электрического поля  $E_{\text{пр}}$ ? Ширина пластин  $h$ , расстояние между пластинами  $d$ .

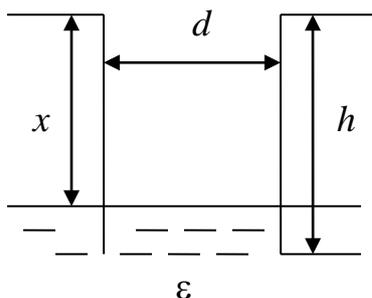


Рис. 6.4

**6.10.** Пылинка массой  $m$  висит неподвижно между пластинами плоского воздушного горизонтально расположенного конденсатора. Поверхностная плотность заряда на пластинах  $\delta$ . Какова величина заряда пылинки?

$$\left[ q = \frac{mg\varepsilon_0}{\delta} \right]$$

**6.11.** Два одинаковых воздушных конденсатора  $C=103$  пФ заряжены до напряжения  $U=600$  В. Один из конденсаторов погружается в заряженном состоянии в керосин, после чего конденсаторы соединяются параллельно. Определить работу происходящего при этом разряда.

$$[-3 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}]$$

**6.12.\*** 1) Найти разность потенциалов между обкладками конденсаторов, а также между точками  $b$  и  $c$  в схеме, изображенной на рисунке. 2) Какой заряд пройдет между точками  $b$  и  $c$ , если их соединить проводником? 3) Какова будет разность потенциалов между этими точками, если к ним подключить конденсатор  $C_4$ ?

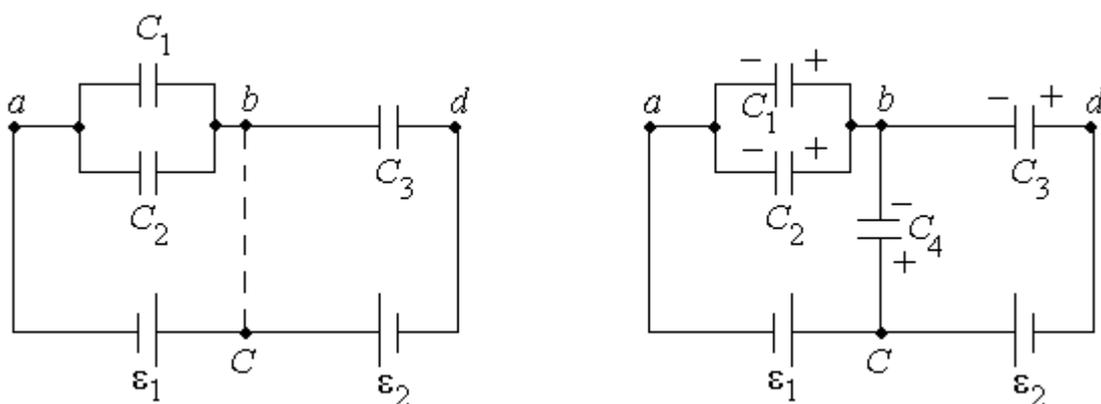


Рис. 6.5

**6.13.** Площадь пластин плоского воздушного конденсатора  $S = 0,01 \text{ м}^2$ , расстояние между ними  $d = 5$  мм. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов  $U = 3$  кВ. Какова будет напряженность  $E$  поля конденсатора, если, не отключая его от источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния  $d_2 = 5$  см? Найти энергии  $W_1$  и  $W_2$  конденсатора до и после раздвижения пластин.

$$[W_1 = 20 \text{ мкДж}; W_2 = 8 \text{ мкДж}; E = 60 \text{ кВ/м}]$$

**6.14.** Решить предыдущую задачу при условии, что сначала конденсатор отключается от источника напряжения, а затем раздвигаются пластины конденсатора.

$$[W_1 = 20 \text{ мкДж}; W_2 = 50 \text{ мкДж}]$$

**6.15.** Определить напряже

нность электростатического поля на расстоянии  $x = 2$  см от центра воздушного сферического конденсатора, образованного двумя шарами (внутренний радиус  $r_1 = 1$  см, внешний –  $r_2 = 3$  см), между которыми приложена разность потенциалов  $U = 1$  кВ.

$$[E = 37,5 \text{ кВ/м}]$$