

## 9. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ. ЗАКОН БИО-САВАРА-ЛАПЛАСА

### 9.1. Основные формулы

Напряженность магнитного поля, созданного элементом проводника  $dl$ , по которому течет ток  $dJ$

$$dH = \frac{J \sin \alpha}{4\pi r^2} dl,$$

где  $r$  – расстояние до точки, в которой определяется напряженность;

$\alpha$  – угол между  $r$  и  $dl$ .

Магнитная индукция:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H},$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость вещества;

$\mu_0$  – магнитная постоянная.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}.$$

Магнитный поток сквозь контур

$$\Phi = B \cdot S \cos \varphi,$$

где  $\varphi$  – угол между нормалью к  $S$  и  $B$ .

1. Напряженность поля в центре кругового тока

$$H = \frac{J}{2R}.$$

2. Напряженность поля бесконечно длинного прямолинейного проводника с током

$$H = \frac{J}{2\pi a}$$

где  $a$  – расстояние до точки, в которой определяется поле.

3. Напряженность поля на оси кругового тока

$$H_A = \frac{JR^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}.$$

4. Напряженность магнитного поля на оси селеноида конечной длины

$$H_A = \frac{Jn}{2} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2).$$

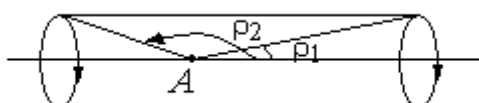


Рис. 9.1.

5. Напряженность магнитного поля внутри тороида и бесконечно длинного селеноида

$$H = Jn,$$

где  $n$  – число витков на единицу длины селеноида.

## 9.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** По проволочной рамке, имеющей форму правильного шестиугольника. Идет ток  $J = 2\text{А}$ . При этом в центре рамки образуется магнитное поле напряженностью  $H = 33\text{ А/м}$ . Найти длину в проволоки, из которой сделана рамка.

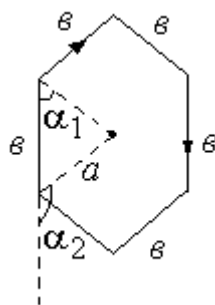


Рис. 9.2.

**Анализ и решение.** Разобьем шестиугольник на 6 прямоугольных проводников длиной  $l = \frac{l}{6}$ , тогда  $a^2 = l^2 - \frac{l^2}{4} = \frac{3}{4}l^2$ . Откуда  $a = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{l\sqrt{3}}{12}$ . Каждый из 6 проводников создает в центре шестиугольника магнитное поле напряженностью

$$H_0 = \frac{J}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

где  $\alpha_1 = 60^\circ$ ,  $\alpha_2 = 120^\circ$ .

Результирующий вектор  $\vec{H} = 6\vec{H}_0$  направлен от нас за чертеж.

$$H_0 = \frac{H}{6} = \frac{J \cdot 12}{4\pi l \sqrt{3}} (\cos 60^\circ - \cos 120^\circ);$$

$$l = \frac{J \cdot 12 \cdot 6 \cdot (\cos 60^\circ - \cos 120^\circ)}{4\pi \sqrt{3} H};$$

$$l = \frac{2 \cdot 72 \cdot \left( \frac{1}{2} - \left( -\frac{1}{2} \right) \right)}{12,6 \cdot 1,7 \cdot 3,3} = \frac{144}{106} = 0,2(\text{м}).$$

**Задача 2.** Найти распределение напряженности  $H$  магнитного поля вдоль оси селеноиды, длина которого  $l = 3$  см и диаметр  $D = 2$  см. По селеноиду течет ток,  $J = 2$  А. Катушка имеет  $N = 100$  витков. Составить таблицу значений  $H$  и построить график для значений  $x$  в интервале  $0 \leq x \leq 3$  см через каждые 0,5 см.

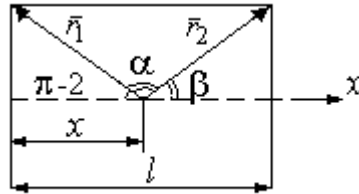


Рис. 9.3.

**Анализ и решение.** На оси селеноиды конечной длины

$$H = \frac{Jn}{2} (\cos \beta - \cos \alpha), \quad (1)$$

где  $n = \frac{N}{l}$  - число витков на единицу длины;

$\alpha, \beta$  - углы между осью селеноида из рассматриваемой точки к концам селеноида. Рассмотрим произвольную точку А на оси селеноида и найдем зависимость  $\cos \alpha$  и  $\cos \beta$  от  $D$  и смещения по оси  $x$ :

$$\cos \alpha = \sin(\pi - \alpha) = \frac{D}{2r_1} \text{ или } \cos \alpha = \frac{D}{2\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + x^2}},$$

$$\cos \beta = \frac{l-x}{r_2} \text{ или } \cos \beta = \frac{l-x}{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + (l-x)^2}}.$$

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$H = \frac{JN}{2l} \left\{ \frac{l-x}{\sqrt{(D/2)^2 + (l-x)^2}} + \frac{x}{\sqrt{(D/2)^2 + x^2}} \right\};$$

$$H = 3,3 \cdot 10^3 \left\{ \frac{0,03-x}{\sqrt{10^{-4} + (0,03-x)^2}} + \frac{x}{\sqrt{10^{-4} + x^2}} \right\}.$$

Для заданного интервала значений  $x$ :

$x, \text{ м}$	0	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03
$H, \text{ А/м}$	3130,7	4539,8	5285,1	5491,3	5285,1	4539,8	3130,7

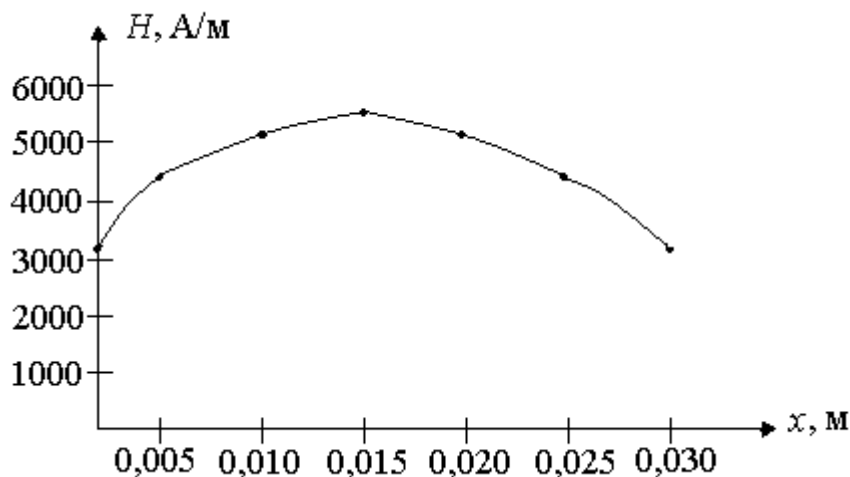


Рис. 9.4.

**Задача 3.** На рисунке изображено сечение двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами  $J_1 = 10$  А и  $J_2 = 4$  А, идущими к нам от чертежа. Расстояние между ними  $r = 0,7$  м. В какой точке прямой, проходящей через эти проводники, индукция магнитного поля этих токов равно нулю? Среда – воздух.

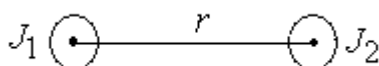


Рис. 9.5.

**Анализ и решение.** Обозначим  $r_1$  расстояние между точкой  $M$ , в которой индукция магнитного поля этих токов равна нулю, и проводником  $J_1$ .

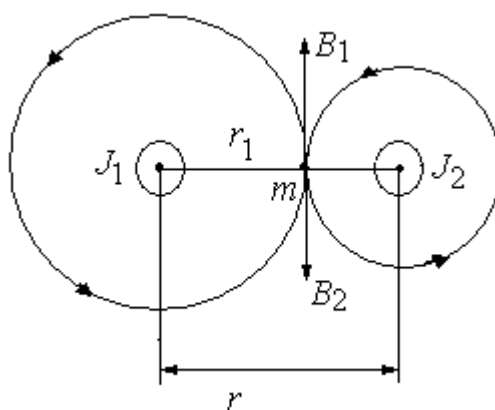


Рис. 9.6.

Ток силой  $J_1$  создает в т.  $M$  магнитное поле, вектор индукции которого  $\vec{B}_1$  направлен вверх (правило буравчика). Вектор индукции  $\vec{B}_2$  магнитного

поля тока  $J_2$  в той же точке направлен вниз. Т.к. индукция результирующего магнитного поля в т.  $M$  равна нулю, то векторы  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  антипараллельны и модули их равны.

$$B_1 = \mu_0 \mu \frac{J_1}{2\pi r_1};$$

$$B_2 = \mu_0 \mu \frac{J_2}{2\pi(r - r_1)};$$

$$\mu_0 \mu \frac{J_1}{2\pi r_1} = \mu_0 \mu \frac{J_2}{2\pi(r - r_1)},$$

Откуда

$$\frac{J_1}{r_1} = \frac{J_2}{r - r_1}.$$

$$J_1(r - r_1) = J_2 r_1,$$

$$r_1 = \frac{J_1 r}{J_1 + J_2};$$

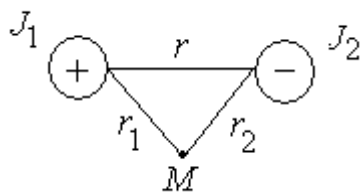
$$r_1 = \frac{0,7 \cdot 10}{10 + 4} = 0,5(\text{м}).$$

### 9.3. Задачи для самостоятельного решения

**9.1.** Определить индукцию магнитного поля на расстоянии  $r = 10$  см от бесконечно длинного прямолинейного проводника с током. Диаметр проводника  $d = 0,5$  мм, плотность тока в проводнике  $j = 1$  А/мм<sup>2</sup>, среда – воздух.

$$[B = 4 \cdot 10^{-7} \text{ Тл}]$$

**9.2.** На рис. изображено сечение двух проводников с токами  $J_1 = 4$  А и  $J_2 = 3$  А, расположенных в воздухе на расстоянии  $r = 50$  см друг от друга. Определить индукцию  $B$  магнитного поля созданного этими токами в точке  $M$ , расположенной на расстоянии  $r_1 = 30$  см от проводника с током  $J_1$  и на расстоянии  $r_2 = 40$  см от проводника с током  $J_2$ .



$$[B = 3,1 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}]$$