Занятие № 3

Тема: **Дифракция света**

Краткая теория

Дифракция света – это совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света сквозь малые отверстия, вблизи границ непрозрачных тел и обусловленных волновой природой света. Под дифракцией света обычно понимают отклонения от законов распространения света, описываемых геометрической оптикой.

Для света явление дифракции имеет особенности: длина волны λ много меньше размеров d преград (или отверстий). Поэтому наблюдать дифракцию можно только на достаточно больших расстояниях l от преграды. $\left(l \geq \dfrac{d^2}{\lambda} \right)$.

Метод зон Френеля. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, действие источника S заменяют действием воображаемых источников, расположенных на волновой поверхности Φ. Амплитуда световой волны определяется в точке M (рис. 3.1).

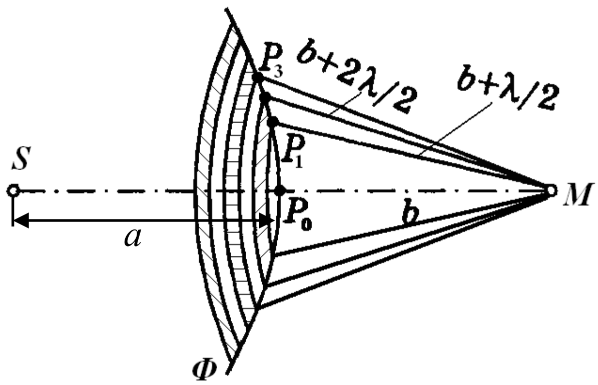


Рис. 3.1

Волновую поверхность Φ Френель разбил на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до точки M отличались на $\dfrac{\lambda}{2}$

$$P_1M - P_0M = P_2M - P_1M = \ldots = \frac{\lambda}{2}.$$

Колебания от соседних зон проходят до точки M расстояния, отличающиеся на $\frac{\lambda}{2}$, поэтому в точку M они приходят в противоположной фазе и при наложении эти колебания будут взаимно ослаблять друг друга. Амплитуда результирующего светового колебания в точке M

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + ...,$$

где $A_1, A_2, \ldots$ – амплитуды колебаний, возбуждаемых 1, 2, … зонами.

Амплитуда результирующих колебаний в точке M

$$A \approx \frac{A_1}{2}.$$

Площадь m-ой зоны Френеля

$$\Delta\sigma_m = \frac{\pi ab\lambda}{a+b},$$

где a – расстояние от точечного источника света до волновой поверхности.

Радиус внешней границы m-ой зоны Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{maa}{a+b}\lambda}, \quad r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda}. \tag{3.1}$$

Зонные пластинки. В простейшем случае это стеклянные пластинки, на поверхность которых нанесены по принципу расположения зон Френеля чередующиеся прозрачные и непрозрачные кольца с радиусами r_m зон Френеля, определенными для заданных значений a, b, λ выражением (3.1)

m = 0, 2, 4, … для прозрачных колец;

m = 1, 3, 5, … для непрозрачных.

Если поместить зонную пластинку в строго определенном месте (на расстоянии a от точечного источника и на расстоянии b от точки наблюдения на линии, соединяющей эти две точки), то для света длиной волны λ она перекроет четные зоны и оставит свободными нечетные. В результате результирующая амплитуда $A = A_1 + A_3 + A_5 + ...$ будет больше, чем при полностью открытом волновом фронте.

Зонная пластинка действует подобно собирающей линзе, увеличивая освещенность.

Дифракция Фраунгофера на щели. *Дифракция Фраунгофера* наблюдается, когда на щель или отверстие направляется параллельный пучок света (плоская волна), а дифракционная картина наблюдается на достаточно большом расстоянии (практически в параллельных лучах).

Плоская монохроматическая волна падает нормально на щель *MN* шириной *a*. Параллельные пучки лучей, выходящие из щели в произвольном направлении φ (φ – угол дифракции), собираются линзой в точке *B* (рис. 3.2).

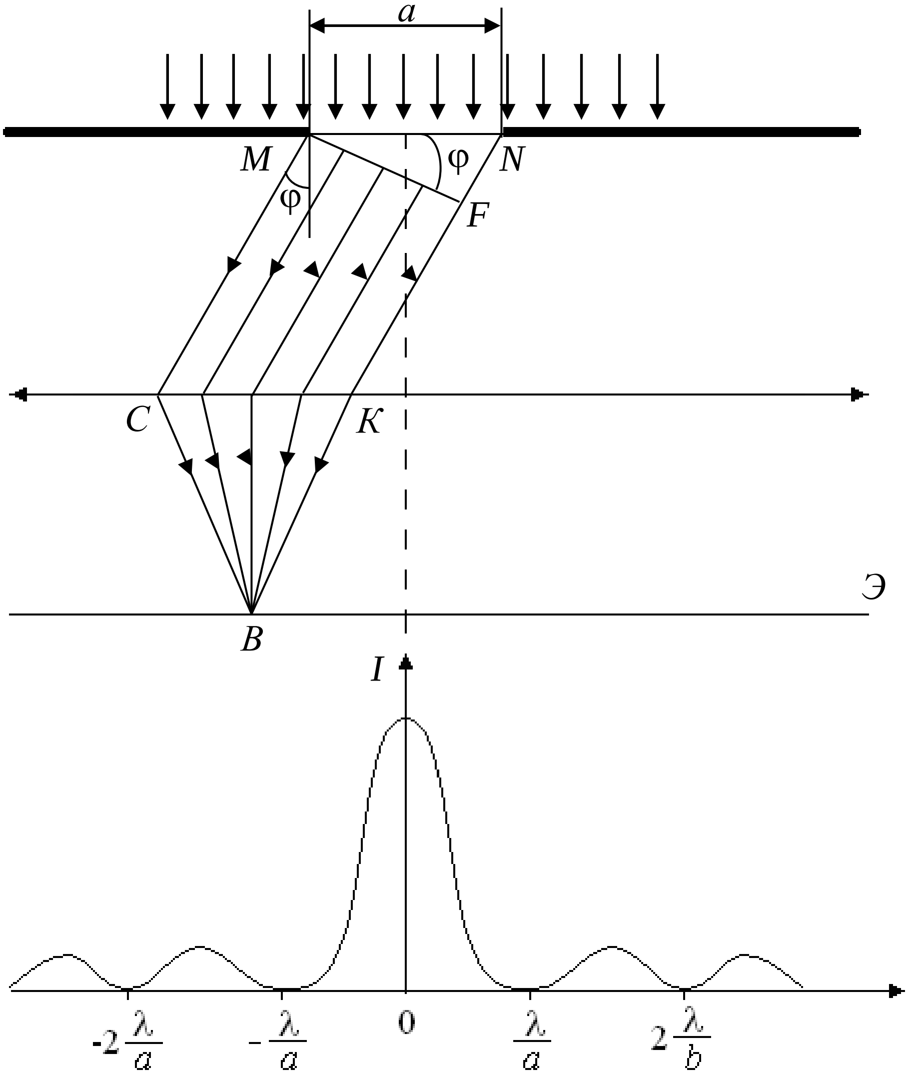


Рис. 3.2

Открытую часть волновой поверхности *MN* разобьем на зоны Френеля, которые имеют вид полос, параллельных ребру *M* и проведенные так, чтобы разность хода от их соответственных точек равнялось $\frac{\lambda}{2}$. Тогда оптическая разность хода между крайними лучами *MC* и *NK*

$$\Delta = NF = a\sin\varphi .$$

Число зон Френеля, умещающихся на ширине щели,

$$\frac{\Delta}{\lambda/2} = \frac{a\sin\varphi}{\lambda/2}.$$

Условие дифракционного максимума в точке *B* (число зон Френеля нечетное)

$$a\sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3,...).$$

Условие дифракционного минимума в точке *B* (число зон Френеля четное)

$$a\sin\varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3,...).$$

Дифракционная решетка – спектральный прибор, состоящий из системы параллельных щелей (штрихов) равной толщины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками. Она предназначена для разложения света в спектр и измерения длин волн.

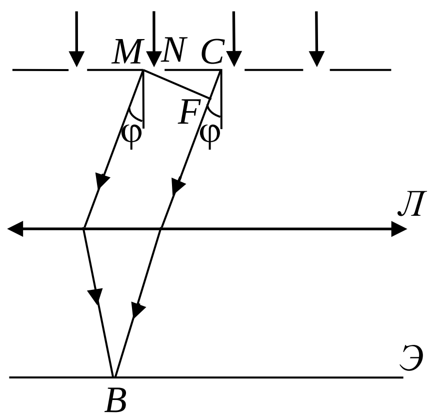


Рис. 3.3

$MN = a$ – ширина щели;

$NC = b$ – расстояние между щелями;

$d = a + b$ – период решетки.

При освещении решетки монохроматическим светом световые волны от всех щелей интерферируют друг с другом, а на экране наблюдается система достаточно узких максимумов.

Если плоская монохроматическая световая волна падает нормально на непрозрачный экран с двумя щелями шириной *a*, то минимумы будут на тех же местах, как и в случае одной щели, так как те направления, в которых ни одна из щелей не пропускала света, не пропускает его и при двух щелях.

Таким образом, условие главных минимумов

$$a\sin\varphi = \pm m\lambda, \quad (m = 1, 2, 3,...).$$

Из-за взаимной интерференции световых лучей от двух щелей, в некоторых направлениях они будут гасить друг друга, т.е. возникнут дополнительные минимумы. Этим направлениям будет соответствовать разность хода лучей $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{3\lambda}{2}$, …, посылаемых от соответственных точек обеих щелей (например, точек M и C).

Условие дополнительных минимумов

$$d\sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0, 1, 2,...).$$

Условие главных максимумов

$$d\sin\varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2}, \quad (n = 0, 1, 2,...),$$

так как в этих направлениях действия щелей усиливают друг друга.

Между двумя главными максимумами располагается дополнительный минимум, а максимумы становятся более узкими, чем в случае одной щели.

В случае N щелей между двумя главными максимумами располагаются $(N - 1)$ дополнительных минимумов, отвечающих условию

$$d\sin\varphi = \pm m'\frac{\lambda}{N}, \quad (m' = 0, N, 2N,...).$$

Имеется также $(N-2)$ дополнительных максимумов, но их интенсивность ничтожна по сравнению с главными максимумами.

Дифракционная решетка является спектральным прибором и характеризуется угловой дисперсией и разрешающей способностью.

Угловая дисперсия D определяет угловую ширину спектра

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d\cos\varphi},$$

т.е. угловая дисперсия тем выше, чем больше порядок спектра и чем меньше постоянная решетки.

С увеличением числа щелей решетки главные дифракционные максимумы становятся уже. *Разрешающая способность* дифракционной решетки R характеризует минимальную разность двух монохроматических волн λ_1 и λ_2 равной интенсивности, которые можно видеть в спектре

$$R = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} = mN .$$

Разрешающая способность решетки равна произведению количества щелей на порядок спектра.

Примеры решения задач

Задача 3.1. Определите радиус третьей зоны Френеля, если расстояния от точечного источника света (λ = 600 нм) до волновой поверхности и от волновой поверхности до точки наблюдения равны 1,5 м.

Решение

$m = 3$
λ = 600 нм = $6 \cdot 10^{-7}$ м
$a = b$ = 1,5 м
r_m – ?

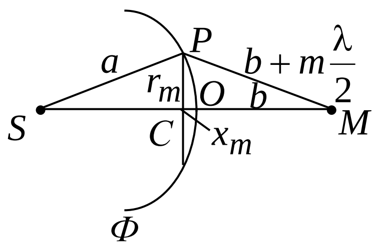


Рис. 3.4

S – точечный источник;
M – точка наблюдения;
Φ – волновая поверхность.
По условию задачи

$$SO = OM = b,$$

$$MP = b + m\frac{\lambda}{2},$$

Радиус границы третьей зоны Френеля

$$CP = r_m$$

$$CO = x_m .$$

Из рис. 3.4 видно, что

$$r_m^2 = a^2 - (a - x_m)^2 = \left(b - m\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + x_m)^2 . \qquad (1)$$

Так как $\lambda << a$ и $\lambda << b$, то членом $\left(m^2\lambda^2 / 4\right)$ можно пренебречь, тогда

$$x_m = \frac{mb\lambda}{2(a+b)} . \qquad (2)$$

Из уравнения (1) находим

$$r_m^2 = 2ax_m - x_m^2 .$$

При $x_m << a$

$$r_m^2 = 2ax_m .$$

Подставив (2) в (3) получим

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}} = 1{,}16 \text{ мм.}$$

Ответ: 1,16 мм.

Задача 3.2. На щель шириной $a = 0{,}1$ мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 550$ нм. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина, расположен параллельно щели на расстоянии $L = 1{,}1$ м. Определите расстояние b между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны центрального фраунгоферова максимума.

Решение

$a = 0{,}1$ мм $= 1 \cdot 10^{-4}$ м $\lambda = 550$ нм $= 5{,}5 \cdot 10^{-7}$ м $L = 1{,}1$ м	Условие дифракционных минимумов от щели $a\sin\varphi = \pm m\lambda, \quad (m = 1, 2, ...)$,
$b - ?$	где $m = 1$.

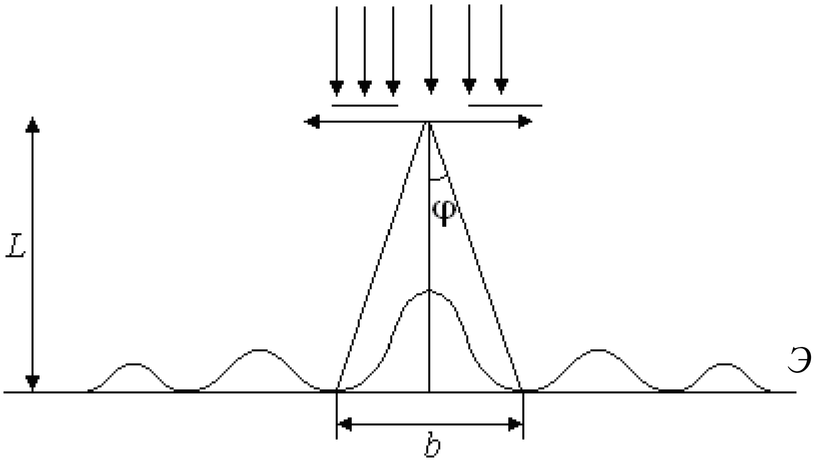


Рис. 3.5

Из рис. 3.5 видно, что

$$b = 2L\operatorname{tg}\varphi, \tag{1}$$

так как $\frac{b}{2} << L$, то $\operatorname{tg}\varphi \approx \sin\varphi$ и $b = 2L\sin\varphi$, откуда

$$\sin\varphi = \frac{b}{2L}.$$

Подставив в (1), получим

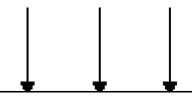
$$b = \frac{2L\lambda}{a} = 1{,}21 \text{ см}.$$

Ответ: 1,21 см.

Задача 3.3. На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает монохроматический свет (λ = 550 нм). На экран, находящийся от решетки на расстоянии L = 1 м, с помощью линзы, расположенной вблизи решетки проецируется дифракционная картина, причем первый главный максимум находится на расстоянии l = 10 см от центрального. Определите: 1) период дифракционной решетки, 2) число штрихов на 1 см ее длины, 3) общее число максимумов, даваемое решеткой, 4) угол дифракции, соответствующий последнему максимуму.

Решение

L = 1 м
λ = 550 нм = $5{,}5 \cdot 10^{-7}$ м



$m = 1$ $l = 10$ см $= 0{,}1$ м $l' = 1$ см $= 0{,}01$ м	Рис. 3.6
$d - ?$ $n - ?$ $N - ?$ $\varphi_{max} - ?$	

Из условия главного максимума находим период дифракционной решетки

$$d \sin\varphi = m\lambda = 5 \text{ мкм}, \tag{1}$$

где m – порядок спектра (m = 1).

Из рис. 3.6 видно, что

$$\text{tg}\varphi = \frac{l}{L},$$

так как $l << L$, то $\text{tg}\varphi \approx \sin\varphi$ и $\frac{ld}{L} = m\lambda$, откуда

$$d = \frac{m\lambda L}{l}.$$

Число штрихов на $l' = 1$ см

$$n = \frac{l'}{d} = 2 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}.$$

Наибольший угол отклонения лучей решетки не может быть больше $\pi/2$, следовательно, из (1):

$$m_{max} \le \frac{d}{\lambda}, \quad (\sin\varphi_{max} = 1).$$

Общее число максимумов

$$N = 2m_{max} + 1 = 19,$$

так как максимумы наблюдаются с обеих сторон центрального максимума, а единица учитывает центральный максимум.

Угол дифракции, соответствующий последнему максимуму, найдем из (1)

$$d\sin\varphi_{max} = m_{max}\lambda,$$

откуда $\varphi_{max} - \arcsin\left(\frac{m_{max}\lambda}{d}\right) = 81{,}9^\circ$.

Ответ: $d = 5$ мкм, $n = 2\cdot 10^3$ см$^{-1}$, N = 19, $\varphi_{max} = 81{,}9^\circ$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии $l = 4$ см от точечного источника монохроматического света (λ = 500 нм). Посередине между экраном и источником света помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе R отверстия центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным?

Ответ: $R = 10^{-3}$ м.

2. На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света. Дифракционная картина проецируется на экран с помощью линзы с фокусным расстоянием $f = 0{,}5$ м. Определите, как надо изменить ширину щели, чтобы центральная полоса занимала весь экран.

Ответ: $\frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{20}$, т.е. ширину щели надо уменьшить в 20 раз.

3. На узкую щель нормально падает монохроматический свет. Его направление на четвертую темную дифракционную полосу составляет 2°12′. Определите, сколько длин волн укладывается на ширине щели.

Ответ: 104.

4. На дифракционную решетку длиной $l = 15$ мм, содержащую $N = 3000$ штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 550$ нм. Определите: 1) Число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки; 2) угол, соответствующий последнему максимуму.

Ответ: n = 18, $\varphi_{max} = 81^\circ 54'$.

5. На дифракционную решетку с постоянной $d = 5$ мкм под углом $\varphi = 30^\circ$ падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм. Определите угол α дифракции для главного максимума третьего порядка.

Ответ: $\varphi = 53^\circ 8'$.

6. Каков период решетки d, если при нормальном падении на нее лучей с длиной волны λ = 0,75 мкм на экране, отстоящем от решетки на расстоянии L = 1 м, максимумы первого порядка отстоят друг от друга на x = 30,3 см?