

Каково число штрихов  $N$  на  $l = 1$  см решетки? Какое количество  $m$  максимумов дает эта дифракционная решетка? Каков максимальный угол  $\varphi_{\max}$  отклонения лучей, соответствующих последнему максимуму?

Ответ:  $d = 4,95 \cdot 10^{-6}$  м,  $\frac{N}{l} = 2,02 \cdot 10^3$  см<sup>-1</sup>,  $m = 13$ ,  $\varphi_{\max} = 65^\circ$ .

7. Докажите, что разрешающая способность дифракционной решетки не может превысить значения  $l / \lambda$ , где  $l$  – длина решетки,  $\lambda$  – длина волны света.

8. Определите максимальную способность (для линии с  $\lambda = 590$  нм) двух дифракционных решеток, имеющих одинаковую длину  $l = 3$  мм, но разные периоды  $d_1 = 3$  мкм и  $d_2 = 6$  мкм.

Ответ:  $R_1 = 5 \cdot 10^3$ ,  $R_2 = 5 \cdot 10^3$ .

9. На диафрагму с круглым отверстием радиусом  $r = 1$  мм падает нормально параллельный пучок света с длиной волны  $\lambda = 0,05$  мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран. Определить максимальное расстояние  $b_{\max}$  от центра отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.

Ответ:  $b_{\max} = 1$  м.

10. Свет от монохроматического источника ( $\lambda = 600$  нм) падает на диафрагму с диаметром отверстия  $d = 6$  мм. За диафрагмой на расстоянии  $l = 3$  м от нее находится экран. Какое число  $k$  зон Френеля укладывается в отверстие диафрагмы? Каким будет центр дифракционной картины на экране: темным или светлым?

Ответ:  $k = 5$ , центр дифракционной картины будет светлым.

## Занятие № 4

Тема: Распространение света в веществе. Дисперсия и поглощение света

### Краткая теория

*Дисперсия света* – зависимость фазовой скорости света в среде от его частоты.

Так как  $v = c/n$  (где  $c$  – скорость распространения света в вакууме,  $n$  – показатель преломления среды), то показатель преломления среды так же зависит от частоты  $\nu$  (длины волны  $\lambda$ ). Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму (рис. 4.1).

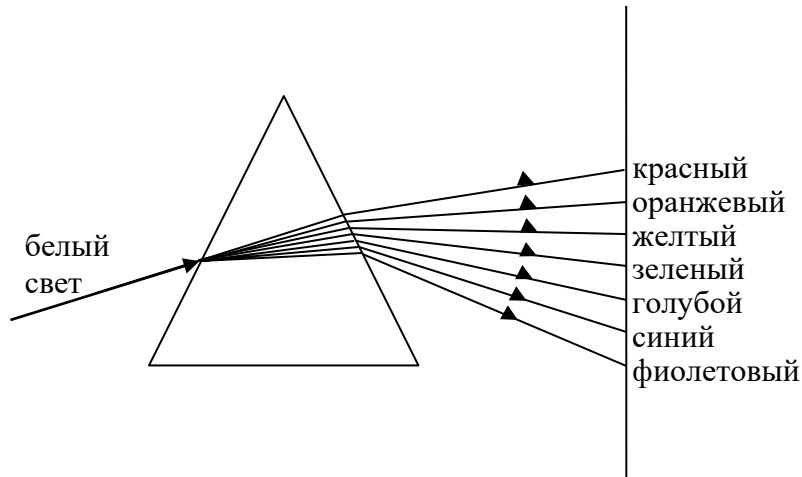


Рис. 4.1

*Нормальная дисперсия* – когда  $n$  увеличивается с уменьшением  $\lambda$  (увеличением  $\nu$ ).

$$\frac{dn}{d\nu} > 0 \quad \left( \frac{dn}{d\lambda} < 0 \right).$$

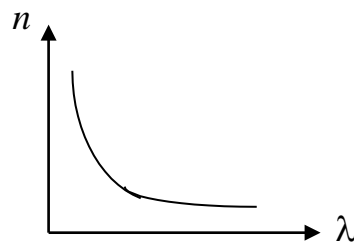


Рис. 4.2

*Аномальная дисперсия* – когда  $n$  уменьшается с уменьшением  $\lambda$  (увеличением  $\nu$ ). Она наблюдается вблизи полос поглощения вещества.

$$\frac{dn}{d\nu} < 0 \quad \left( \frac{dn}{d\lambda} > 0 \right).$$

Количественной характеристикой дисперсии света является физическая величина

$$D_\nu = \frac{dn}{d\nu} \quad (\text{или} \quad D_\lambda = \frac{dn}{d\lambda}),$$

называемая *дисперсией показателя преломления* (показывает, как быстро изменяется  $n$  с длиной волны  $\lambda$ ).

Согласно классической электронной теории *дисперсия света* – результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами вещества, совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны.

Показатель преломления зависит от частоты  $\omega$  внешнего поля

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)},$$

где  $n_0$  – концентрация электронов,  $e$  – заряд электрона,  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная,  $m$  – масса электрона,  $\omega_0$  – собственная частота колебаний электронов среды ( $\omega_0 = \text{const}$ ),  $\omega$  – частота падающего на вещество света.

*Поглощение света* – явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе вследствие преобразования энергии волны в другие виды энергии.

Интенсивность света при прохождении однородного вещества уменьшается по экспоненциальному закону. Это:

*Закон Бугера-Ламберта*

$$I = I_0 e^{-kx},$$

где  $I_0$  и  $I$  – интенсивности плоской волны монохроматического света на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной  $x$ ,  $k$  – натуральный показатель поглощения.

*Рассеяние света* – процесс преобразования света веществом, сопровождающийся изменением направления распространения света и появлением несобственного свечения вещества.

*Закон Рэлея*: интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны возбуждающего света.

$$I \sim \frac{1}{\lambda^4}.$$

В результате рассеяния света интенсивность в направлении распространения убывает быстрее, чем в случае одного лишь поглощения. Поэтому

$$I = I_0 - (k - k')x,$$

где коэффициент  $k'$  обусловлен рассеянием.

*Излучение Вавилова-Черенкова* – излучение света заряженными частицами, возникающее при движении в среде с постоянной скоростью  $V$ , превышающей фазовую скорость  $v$  света в этой среде, т.е. при условии

$$V > v = \frac{c}{n},$$

где  $n$  – показатель преломления. Наблюдается для всех прозрачных жидкостей, газов и твердых тел.

Излучение распространяется лишь по тем направлениям, которые составляют острый угол  $\theta$  с траекторией частицы

$$\cos\theta = \frac{v}{V} = \frac{c}{nV}.$$

*Эффект Доплера* в акустике объясняется тем, что частота колебаний, воспринимаемых приемником, определяется скоростями движения источников колебаний и приемника относительно среды, в которой происходит распространение звуковых волн. Эффект Доплера наблюдается так же при движении друг относительно друга источника и приемника электромагнитных волн

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + (v/c) \cos\theta},$$

где  $v_0$  и  $v$  – соответственно частоты световых волн, излучаемых источников и воспринимаемых приемником,  $v$  – скорость источника света относительно приемника,  $\theta$  – угол между вектором скорости  $\vec{v}$  и направлением наблюдения,  $c$  – скорость распространения света в вакууме.

*Продольный эффект Доплера* наблюдается при движении приемника вдоль линии, соединяющей его с источником ( $\theta \neq 0$ )

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - v/c}}{\sqrt{1 + v/c}}.$$

При малых относительных скоростях  $v$  ( $v \ll c$ ) пренебрегая членами второго порядка малости

$$v = v_0 (1 - v/c).$$

*Поперечный эффект Доплера* наблюдается при движении приемника перпендикулярно линии, соединяющей его с источником ( $\theta = \pi/2$ ). Этот эффект является *релятивистским эффектом*. Он связан с замедлением

течения времени движущегося наблюдателя и проявляется при скоростях  $v$ , сравнимых со скоростью света  $c$ .

$$v = v_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

### Примеры решения задач

**Задача 4.1** Показатель преломления воздуха при нормальных условиях ( $T_1 = 273,15$  К,  $p_1 = 1,013 \cdot 10^5$  Па) для желтой линии натрия ( $\lambda = 589,3$  нм) вдали от линий поглощения  $n_1 = 1,0002918$ . Определить показатель преломления  $n_2$  воздуха при температуре  $T_2 = 300$  К и давлении  $p_2 = 1,5$  МПа.

#### Решение

$$\begin{array}{l} \lambda = 589,3 \text{ нм} = 589,3 \cdot 10^{-9} \text{ м} \\ T_1 = 273,15 \text{ К} \\ p_1 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па} \\ n_1 = 1,0002918 \\ T_2 = 300 \text{ К} \\ p_2 = 1,5 \text{ МПа} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Па} \\ E - ? \end{array}$$

Показатель преломления

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (1)$$

Уравнение состояния идеального газа для двух его состояний:

$$p_1 = n_{01} k T, \quad p_2 = n_{02} k T,$$

где  $k$  – постоянная Больцмана.

Тогда

$$\frac{n_{01}}{n_{02}} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}. \quad (2)$$

Согласно уравнению (1)

$$\begin{aligned} n_1^2 &= 1 + \frac{n_{01} e^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \\ n_2^2 &= 1 + \frac{n_{02} e^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \end{aligned}$$

откуда, учитывая (2), находим

$$\frac{n_1^2 - 1}{n_2^2 - 1} = \frac{n_{01}}{n_{02}} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}. \quad (3)$$

Решив уравнение (3) относительно  $n_2$ , получим

$$n_2 = \sqrt{\frac{(n_1^2 - 1)p_2 T_1}{p_1 T_2} + 1},$$

$$n_2 = \sqrt{\frac{(1,0002918^2 - 1) \cdot 1,5 \cdot 10^6 \cdot 273,15}{1,013 \cdot 10^5 \cdot 300} + 1} = 1,0039270.$$

Ответ:  $n_2 = 1,0039270$ .

**Задача 4.2.** Две пластинки одинаковой толщины, но сделанные из разного материала, пропускают соответственно  $1/2$  и  $1/4$  падающего потока световой волны. Пренебрегая отражением света, определите отношение коэффициентов поглощения этих пластинок.

### Решение

$I_1 = \frac{1}{2} I_0$ $I_2 = \frac{1}{4} I_0$ $x_1 = x_2$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $k_2 / k_1 = ?$	<p>Так как толщины обеих пластинок одинаковы (<math>x_1 = x_2 = x</math>), закон Бугера-Ламберта для них</p> $I_1 = I_0 e^{-k_1 x},$ $I_2 = I_0 e^{-k_2 x}.$
--	--

Поделив первое уравнение на второе, получим

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{e^{-k_1 x}}{e^{-k_2 x}},$$

так как  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{4}{2}$ , то произведя элементарные преобразования, получим

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{\ln 4}{\ln 2} = 2.$$

Ответ:  $\frac{k_2}{k_1} = 2$ .

**Задача 4.3.** Определить минимальную ускоряющую разность потенциалов  $U_{\min}$ , которую должен пройти электрон, чтобы в среде с показателем преломления  $n = 1,5$  возникло черенковское излучение.

**Решение**

$m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг	Направление излучения характеризуется углом $\theta$	$\cos\theta = \frac{c}{nv}$
$e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл		
$n = 1,5$		
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с		
$U_{\min} - ?$	откуда находим	$v = \frac{c}{n \cos\theta}$

Скорость минимальна при  $\theta = 90^\circ$ , т.е.  $\cos\theta = 1$ .

$$v_{\min} = c/n,$$

$$E_{\text{кин}} = |e| U_{\min}, \quad (4)$$

$$E_{\text{кин}} = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{\min}^2}{c^2}}} - 1 \right) = mc^2 \left( \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} - 1 \right)$$

Подставив последнее выражение в (4), получим

$$U_{\min} = \frac{mc^2}{|e|} \left( \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} - 1 \right)$$

$$U_{\min} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3^2 \cdot 10^{16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left( \frac{1,5}{\sqrt{1,5^2 - 1}} - 1 \right) = 175 \text{ кВ.}$$

Ответ: 175 кВ.

**Задачи для самостоятельного решения**