

интенсивности света, в 3 раза больше амплитуды, соответствующей его минимальной интенсивности.

Ответ: $P = 0,8$.

7. Естественный свет интенсивностью I_0 проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых составляет α . После прохождения света через эту систему он падает на зеркало и, отразившись, проходит вновь через нее. Пренебрегая поглощением света, определить интенсивность I света после его обратного прохождения.

Ответ: $I = \frac{1}{2} I_0 \cos^4 \alpha$.

8. Пластика кварца толщиной $d_1 = 2$ мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол $\varphi_1 = 30^\circ$. Определить толщину d_2 кварцевой пластинки, помещенной между параллельными николями, чтобы данный монохроматический свет гасился полностью.

Ответ: $d_2 = 6$ мм.

9. Определить наименьшую толщины кристаллической пластинки в четверть волны для $\lambda = 530$ нм, если разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей для данной длины волны $n_e - n_o = 0,01$.

Ответ: $d = 13,3$ м.

10. Определить массовую концентрацию C сахарного раствора, если при прохождении света через трубку длиной $l = 20$ см с этим раствором плоскость поляризации света поворачивается на угол $\varphi = 10^\circ$. Удельное вращение φ_0 сахара равно $1,17 \cdot 10^{-2}$ рад \cdot м²/кг.

Ответ: $C = 74,8$ кг/м³.

Занятие № 6

Тема: Тепловое излучение

Краткая теория

Электромагнитное излучение, испускаемое веществом и возникающее за счет его внутренней энергии, называется *тепловым излучением*. Тепловое излучение – это путь самопроизвольной передачи энергии в форме теплоты от более нагретого тела к менее нагретому. При этом происходит излучение

или поглощение электромагнитных волн телами, участвующими в процессе передачи энергии.

Энергетической светимостью тела называется физическая величина $R_э$, численно равная энергии электромагнитных волн, излучаемых за единицу времени с единицы площади поверхности тела.

Излучательная способность тела (или спектральная плотность энергетической светимости) определяется, как

$$r_\nu = \frac{dW_{\text{изл}}}{d\nu} \text{ или } r_\lambda = \frac{dW_{\text{изл}}}{d\lambda}; r_\lambda = \frac{c}{\lambda^2} r_\nu,$$

где $dW_{\text{изл}}$ – энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени с единицы площади поверхности тела в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ (или длин волн в вакууме от λ до $\lambda + d\lambda$).

Энергетическая светимость тела связана с r_ν и r_λ следующим соотношением:

$$R_э = \int_0^\infty r_\nu d\nu = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda.$$

Поглощательная способность тела выражается так:

$$a_\nu = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW}.$$

a_ν показывает, какая часть энергии dW падающего в единицу времени на единицу поверхности тела электромагнитного излучения с частотами от ν до $\nu + d\nu$ поглощается телом.

Абсолютно черным телом называется тело, которое полностью поглощает все падающее на него излучение независимо от направления падающего излучения, его спектрального состава и поляризации.

Серым телом называется тело, поглощающая способность которого меньше единицы и не зависит от частоты (длины волны) света, направления его распространения и поляризации

$$a_\nu^{\text{сер}} = a^{\text{сер}}.$$

Закон Кирхгофа утверждает, что отношение излучательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от материала тела и равно излучательной способности абсолютно черного тела, которая является функцией только температуры и частоты, т.е.

$$\frac{r_{\nu}}{a_{\nu}} = r_{\nu}^{\circ},$$

где r_{ν}° – излучательная способность абсолютно черного тела.

Закон Стефана-Больцмана определяет зависимость энергетической светимости абсолютно черного тела от его термодинамической температуры

$$R_{\nu}^{\circ} = \sigma T^4,$$

где σ – постоянная Стефана-Больцмана ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м² · К⁴)),
 T – термодинамическая температура излучающего тела.

Для несерого тела

$$R_{\nu} = \alpha R_{\nu}^{\circ},$$

где α – интегральная степень черноты тела, которая зависит от материала тела, состояния его поверхности и температуры. Для всех тел, кроме абсолютно черного, $\alpha < 1$.

Энергия излучения абсолютно черного тела распределяется неравномерно по его спектру. Тело почти не излучает в области очень малых и очень больших частот. При повышении температуры максимум r_{λ}° смещается в сторону меньших длин волн (бóльших частот) в соответствии с *первым законом Вина – законом смещения*:

$$\lambda_m = \frac{b_1}{T},$$

где $b_1 = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м · К – постоянная Вина.

Второй закон Вина – максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела возрастает пропорционально пятой степени температуры:

$$r_{\lambda \max}^{\circ} = b_2 \cdot T^5,$$

где $b_2 = 1,29 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м³ · К⁵).

Примеры решения задач

Задача 6.1. Какую энергетическую светимость $R_э$ имеет затвердевающий свинец? Отношение энергетических светимостей свинца и абсолютно черного тела для данной температуры ($T = 600 \text{ К}$) $\alpha = 0,6$.

Решение

$\alpha = 0,6$	Для серого тела	$R_э = \alpha R_э^\circ$	(1)
$T = 600 \text{ К}$			
$R_э - ?$			

где $R_э^\circ$ – энергетическая светимость абсолютно черного тела.

По закону Стефана-Больцмана:

$$R_э^\circ = \sigma T^4. \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2)

$$R_э = \alpha \sigma T^4 = 0,6 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 600^4 = 4,6 \text{ кВт/м}^2.$$

Ответ: $R_э = 4,6 \text{ кВт/м}^2$.

Задача 6.2. Какую энергетическую светимость $R_э^\circ$ имеет абсолютно черное тело, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda_m = 484 \text{ нм}$?

Решение

$\lambda_m = 484 \text{ нм}$	Энергетическая светимость $R_э^\circ$ абсолютно черного тела определяется в зависимости от его термодинамической температуры T по закону Стефана-Больцмана:	$R_э^\circ = \sigma T^4$	(1)
$b_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$			
$R_э^\circ - ?$			

Из закона смещения Вина:

$$T = \frac{b_1}{\lambda_m}. \quad (2)$$

Совместное решение выражений (1) и (2) дает:

$$R_9^\circ = \sigma \left(\frac{b_1}{\lambda_m} \right)^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{484 \cdot 10^{-9}} \right)^4 = 73,5 \text{ МВт/м}^2.$$

Ответ: $R_9^\circ = 73,5 \text{ МВт/м}^2$.

Задача 6.3. Температура внутренней поверхности муфельной печи при открытом отверстии площадью 30 см^2 равна $1,3 \text{ кК}$. Принимая, что отверстие печи излучает, как черное тело, определить, какая часть мощности рассеивается стенками, если потребляемая печью мощность составляет $1,5 \text{ кВт}$.

Решение

Мощность излучения муфельной печи через отверстие площадью S равна:

$$P_{\text{изл}} = R_9^\circ \cdot S. \quad (1)$$

По закону Стефана-Больцмана

$$R_9^\circ = \sigma T^4. \quad (2)$$

Рассеиваемая мощность определится, как разность:

$$P_{\text{расс}} = P - P_{\text{изл}}. \quad (3)$$

Искомая величина будет получена из (3) с учетом (1) и (2):

$$\frac{P_{\text{расс}}}{P} = 1 - \frac{P_{\text{изл}}}{P} = 1 - \frac{\sigma T^4 S}{P} = 1 - \frac{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1300^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{1500} = 0,676.$$

Ответ: $\frac{P_{\text{расс}}}{P} = 0,676$.

Задача 6.4. Диаметр спирали в электрической лампочке $d = 0,3 \text{ мм}$, длина спирали $l = 5 \text{ см}$. При включении лампочки в сеть напряжением $U = 127 \text{ В}$ через лампочку течет ток $I = 0,31 \text{ А}$. Найти температуру спирали. Считать, что при установившемся равновесии все выделяющееся в нити тепло теряется в результате излучения. Отношение энергетической светимости вольфрама и абсолютно черного тела для данной температуры $\alpha = 0,31$.

Решение

$d = 0,3 \text{ мм}$	Мощность теплового излучения спирали определяется, как	$P_{\text{изл}} = \alpha \cdot R_{\text{э}}^{\circ} \cdot S, \quad (1)$
$l = 5 \text{ см}$		
$U = 127 \text{ В}$		
$I = 0,31 \text{ А}$		
$\alpha = 0,31$		
$T - ?$	где $R_{\text{э}}^{\circ}$ – энергетическая светимость черного тела, S – площадь излучающей поверхности спирали:	

$$S = \pi dl. \quad (2)$$

По закону Стефана-Больцмана:

$$R_{\text{э}}^{\circ} = \sigma T^4. \quad (3)$$

Из условия задачи вся мощность излучения равна:

$$P_{\text{изл}} = I \cdot U. \quad (4)$$

Объединив выражения (1) ÷ (4), получим:

$$IU = \alpha \sigma T^4 \pi dl,$$

откуда

$$T = \sqrt[4]{\frac{IU}{\alpha \sigma \pi dl}} = \sqrt[4]{\frac{0,31 \cdot 127}{0,31 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 3,14 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}} = 2600 \text{ К.}$$

Ответ: $T = 2600 \text{ К.}$

Задача 6.5. Внутри солнечной системы на таком же расстоянии R от Солнца, как и Земля, находится частица сферической формы, обладающая свойствами серого тела. Принимая, что Солнце излучает, как абсолютно черное тело с температурой $T_c = 6000 \text{ К}$, определить температуру T частицы, считая, что она одинакова во всех точках частицы.

Решение

$R = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$	Мощность излучения Солнца равна:	$P_{\text{изл}_c} = \sigma T_c^4 \cdot S_c, \quad (1)$
$R_c = 6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$		
$T_c = 6000 \text{ К}$		
$T - ?$		

где $S_c = 4\pi R_c^2$ – площадь излучающей поверхности Солнца.

Мощность излучения, которое дойдет до единицы поверхности сферы радиуса R , окружающей Солнце

$$P_{\text{изл}} = \frac{P_{\text{изл}_c}}{S}, \quad (2)$$

где $S = 4\pi R^2$.

Совместное рассмотрение (1) и (2) дает:

$$P_{\text{изл}} = \sigma T_c^4 \frac{R_c^2}{R^2}, \quad (3)$$

Мощность излучения Солнца, поглощаемая частицей:

$$P_1 = a \frac{\pi d^2}{4} P_{\text{изл}} = a \frac{\pi d^2}{4} \sigma T_c^4 \frac{R_c^2}{R^2}. \quad (4)$$

Мощность излучения частицы по всем направлениям равна:

$$P_2 = a\pi d^2 \sigma T^4, \quad (5)$$

где πd^2 – площадь излучающей поверхности частицы.

При термодинамическом равновесии $P_1 = P_2$, тогда из (4) и (5) получим

$$T = T_c \sqrt{\frac{R_c}{2R}} = 6000 \sqrt{\frac{6,95 \cdot 10^8}{2 \cdot 1,49 \cdot 10^{11}}} = 290 \text{ К.}$$

Ответ: $T = 290 \text{ К.}$

Задача 6.6. В результате нагревания черного тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с $\lambda_{1m} = 2,7 \text{ мкм}$ до $\lambda_{2m} = 0,9 \text{ мкм}$. Определить, во сколько раз увеличились энергетическая светимость тела R_σ° и максимальная плотность энергетической светимости $r_{\lambda^\circ}^{\text{max}}$.

Решение

$$\begin{aligned} \lambda_{1m} &= 2,7 \text{ мкм} \\ \lambda_{2m} &= 0,9 \text{ мкм} \end{aligned}$$

По закону Стефана-Больцмана:

$$\frac{R_{\text{э}2}^{\circ}}{R_{\text{э}1}^{\circ}} = ? \quad \frac{r_{\lambda \text{ max}2}^{\circ}}{r_{\lambda \text{ max}1}^{\circ}} = ? \quad \left| \quad R_{\text{э}}^{\circ} = \sigma T^4. \right. \quad (1)$$

По закону смещения Вина:

$$\lambda_m = \frac{b_1}{T}, \quad (2)$$

Учитывая (1) и (2), получим

$$\frac{R_{\text{э}2}^{\circ}}{R_{\text{э}1}^{\circ}} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4 = \left(\frac{\lambda_{1m}}{\lambda_{2m}} \right)^4 = \left(\frac{2,7 \cdot 10^{-6}}{0,9 \cdot 10^{-6}} \right)^4 = 81.$$

Второй закон Вина утверждает, что

$$r_{\lambda \text{ max}}^{\circ} = b_2 T^5. \quad (3)$$

Следовательно,

$$\frac{r_{\lambda \text{ max}2}^{\circ}}{r_{\lambda \text{ max}1}^{\circ}} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^5 = \left(\frac{\lambda_{1m}}{\lambda_{2m}} \right)^5 = \left(\frac{2,7 \cdot 10^{-6}}{0,9 \cdot 10^{-6}} \right)^5 = 243.$$

Ответ: $\frac{R_{\text{э}2}^{\circ}}{R_{\text{э}1}^{\circ}} = 81, \quad \frac{r_{\lambda \text{ max}2}^{\circ}}{r_{\lambda \text{ max}1}^{\circ}} = 243.$

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти температуру T печи, если известно, что излучение из отверстия в ней площадью $S = 6,1 \text{ см}^2$ имеет мощность $P = 34,6 \text{ Вт}$. Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

Ответ: $T = 1000 \text{ К}$.

2. Какую мощность излучения P имеет Солнце? Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Температура поверхности Солнца $T = 5800 \text{ К}$.

Ответ: $P = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$.

3. Какую энергетическую светимость $R_{\text{э}}$ имеет затвердевающий свинец? Отношение энергетических светимостей свинца и абсолютно черного тела для данной температуры $\alpha = 0,6$.