

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

---

**Казанский государственный  
энергетический университет**

О.С. ЗУЕВА, А.И. КИЛЕЕВ, В.Л. МАТУХИН, Ю.Ф. ЗУЕВ

**ФИЗИКА**

**ЧАСТЬ 2**

Для студентов-заочников ускоренной  
и сокращенной форм обучения

Казань 2009

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

---

**Казанский государственный  
энергетический университет**

О.С. ЗУЕВА, А.И. КИЛЕЕВ, В.Л. МАТУХИН, Ю.Ф. ЗУЕВ

Утверждено

учебным управлением КГЭУ

**ФИЗИКА**

**ЧАСТЬ 2**

Для студентов-заочников ускоренной  
и сокращенной форм обучения

**Казань 2009**

УДК 53  
ББК 22.3  
3 93

**Зуева О.С., Килеев А.И., Матухин В.Л., Зуев Ю.Ф.**

3 93 Физика. Часть 2: Учеб. пособие для студентов-заочников ускоренной формы обучения. Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2009. – 143 с.

Пособие содержит разделы «Электромагнетизм», «Колебания и волны», «Оптика», «Основы квантовой и атомной физики». Теоретический материал дополнен контрольными вопросами, способствующими самостоятельной работе студентов над книгой.

Пособие соответствует программе рассматриваемых разделов курса физики для студентов технических, в частности, энергетических специальностей вузов.

Рекомендуется для студентов ускоренной формы обучения.

УДК 53  
ББК 22.3

Зуева О.С., 2009  
Казанский государственный  
энергетический университет,  
2009

## 1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

### 1.1. Магнитное поле. Вектор индукции магнитного поля

Известно, что в природе существуют вещества, называемые магнитными, – они способны притягивать предметы из железа. Силовое поле, создаваемое такими веществами (постоянными магнитами), называют **магнитным полем**.

Опыты показали, что вокруг проводников с током существует такое же поле, как и вокруг постоянных магнитов. Оно обнаруживается по силовому действию, оказываемому на проводники с током и постоянные магниты, помещенные в это поле. В частности, магнитная стрелка ориентируется в каждой точке магнитного поля определенным образом. Неподвижные электрические заряды не создают магнитного поля, и постоянное магнитное поле не действует на неподвижные заряды.

В настоящее время твердо установлено, что источниками магнитного поля являются стационарные электрические токи, т.е. движущиеся заряды. Это относится и к полю постоянных магнитов, которое также создается токами – микроскопическими замкнутыми молекулярными токами.

В качестве основной характеристики магнитного поля введен **вектор магнитной индукции**  $\vec{B}$ . Условились считать, что вектор индукции магнитного поля  $\vec{B}$  в любой точке поля совпадает по направлению с силой, действующей на северный полюс бесконечно малой магнитной стрелки, помещенной в эту точку.

Для графического изображения магнитных полей пользуются линиями магнитной индукции. Это линии, проведенные так, что вектор  $\vec{B}$  в каждой точке линии направлен по касательной к ней.

Вблизи проводника линии магнитной индукции лежат в плоскостях, перпендикулярных проводнику. Направление линий магнитной индукции определяется по **правилу буравчика**: если ввинчивать буравчик по направлению вектора плотности тока в проводнике, то направление движения рукоятки буравчика укажет направление магнитных силовых линий (рис. 1.1).

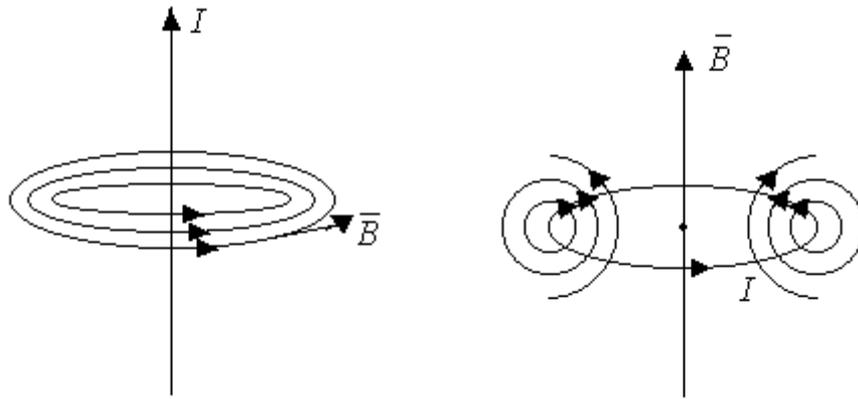


Рис. 1.1

Линии магнитной индукции не могут обрываться ни в каких точках поля: они либо замкнуты, либо идут в бесконечность или из бесконечности. Вспомним, что линии электрического поля, наоборот, разомкнуты: они начинаются на положительных зарядах и кончаются на отрицательных.

Магнитное поле соленоида с током (проволочной спирали, навитой на цилиндрический каркас), как видно из рис. 1.2, подобно полю полосового магнита.

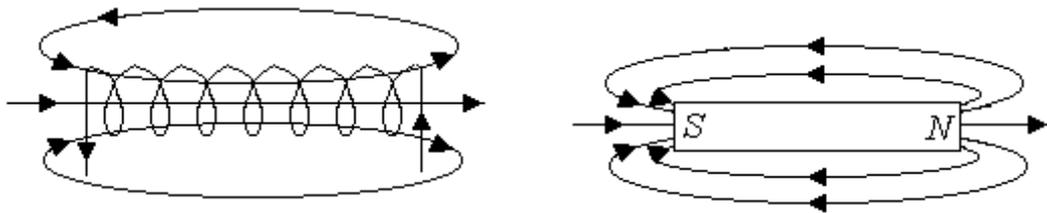


Рис. 1.2

Северный полюс магнита соответствует тому концу соленоида, из которого ток в витках изображен идущим против часовой стрелки. Опыты показали, что, разрезав магнит, нельзя получить магнит только с одним полюсом. Каждая часть имеет и южный и северный полюсы. В отличие от электрических зарядов, магнитных зарядов (монополь) не существует. Линии магнитной индукции не обрываются на полюсах.

Маленький круговой ток (соленоид из одного витка) по своим свойствам аналогичен небольшой магнитной стрелке и также может быть использован для исследования магнитного поля. Заметим, что для него осью  $S-N$  является нормаль к плоскости контура (см. рис. 1.2).

## 1.2. Силы Ампера

Итак, движущиеся заряды (токи) изменяют свойства окружающего их пространства – создают в нем магнитное поле. Это поле проявляется в том, что на движущиеся в нем заряды (токи) действуют силы. Электрические токи взаимодействуют между собой посредством магнитного поля.

Изучением взаимодействия токов занимался Ампер. Он сформулировал закон, названный впоследствии его именем, который позволяет рассчитать силовое воздействие на ток со стороны магнитного поля. В однородном магнитном поле сила, действующая на проводник с током, пропорциональна силе тока в проводнике, его длине, величине магнитной индукции и синусу угла между направлением тока и вектором  $\vec{B}$ :

$$F = kIBl \sin \alpha, \quad (1.1)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности;  $I$  – сила тока;  $B$  – индукция магнитного поля;  $l$  – длина проводника;  $\alpha$  – угол между  $l$  и  $B$ .

Если магнитное поле неоднородно, то необходимо использовать закон Ампера в дифференциальной форме:

$$dF = kIBdl \sin \alpha, \quad (1.2)$$

где  $dF$  – сила, действующая на элемент проводника длиной  $dl$ . Коэффициент  $k$  зависит от выбора системы единиц; в системе СИ  $k=1$ . Последнее соотношение может быть переписано в более общем виде:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \cdot \vec{B}]. \quad (1.3)$$

Это **закон Ампера** в векторной форме. Он определяет направление вектора силы Ампера, который расположен перпендикулярно как к вектору  $\vec{B}$ , так и к направлению тока в проводнике.

Направление силы, действующей на ток, удобно определить с помощью **правила левой руки**. Если расположить левую руку так, чтобы вектор  $\vec{B}$  входил в ладонь, а четыре сложенных вместе пальца были направлены вдоль тока, то отставленный в сторону большой палец укажет направление силы. В законе Ампера выражена существенная особенность сил электромагнитного взаимодействия. В электростатике мы имели дело с центральными силами, так как сила взаимодействия двух точечных зарядов направлена по линии, соединяющей эти заряды. Силы же электромагнитного взаимодействия, как следует из закона Ампера, не

являются центральными. Они всегда направлены перпендикулярно линиям магнитной индукции и проводникам с током.

Закон Ампера позволяет определить численное значение магнитной индукции  $\vec{B}$ . Пусть элемент проводника  $dl$  с током  $I$  перпендикулярен направлению магнитного поля, т.е.  $\sin\alpha = 1$ , тогда из закона Ампера следует:

$$B = \frac{1}{I} \frac{dF}{dl}.$$

Отсюда величина  $B$  численно равна силе, действующей со стороны поля на единицу длины проводника, по которому течет ток единичной силы. Таким образом,  $\vec{B}$  является силовой характеристикой магнитного поля подобно тому, как напряженность  $\vec{E}$  является силовой характеристикой электростатического поля.

Единицей индукции магнитного поля  $\vec{B}$  в системе СИ является тесла (Тл); 1Тл – это магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой в 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника с током в 1 А, расположенного перпендикулярно направлению поля. Из предыдущей формулы следует

$$1 \text{ Тл} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}.$$

### 1.3. Закон Био-Савара-Лапласа. Напряженность магнитного поля

Французские ученые Био и Савар исследовали магнитные поля, создаваемые в воздухе токами, протекающими по проводникам различной формы, и пришли к следующим выводам:

- 1) во всех случаях индукция магнитного поля пропорциональна силе тока в проводнике;
- 2) величина индукции магнитного поля зависит от формы и размеров проводника с током;
- 3) индукция магнитного поля в произвольной точке зависит от расположения этой точки по отношению к проводнику с током.

Био и Савар пытались получить общий закон, позволяющий вычислить магнитную индукцию в любой точке поля, которое создает ток, текущий по проводнику любой формы. В этом им помог Лаплас, который предложил принцип суперпозиции, т.е. принцип независимого действия полей, создаваемых отдельными участками проводника с током. Лаплас

обобщил результаты исследований Био и Савара в виде дифференциального закона, который был назван **законом Био-Савара-Лапласа**:

$$d\vec{B} = k \frac{I}{r^3} [d\vec{l} \cdot \vec{r}], \quad (1.4)$$

где  $d\vec{l}$  – вектор, численно равный длине  $dl$  элемента проводника и совпадающий по направлению с током;  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный из элемента  $dl$  в рассматриваемую точку поля;  $r = |\vec{r}|$  (рис. 1.3);  $k$  – коэффициент пропорциональности, который в системе СИ равен

$$k = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}, \quad (1.5)$$

где  $\mu$  – безразмерная величина, характеризующая магнитные свойства среды и называемая относительной магнитной проницаемостью. Для вакуума  $\mu = 1$ .

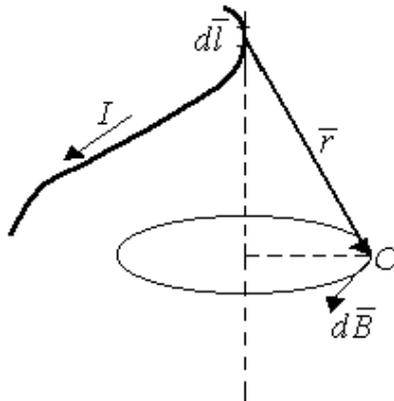


Рис. 1.3

У всех сред, кроме ферромагнитных, значения  $\mu$  мало отличаются от значения  $\mu = 1$ ; коэффициент  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{м}}$  – магнитная постоянная.

Если учесть, что  $|[d\vec{l} \cdot \vec{r}]| = rdl \sin \alpha$ , где  $\alpha$  – угол между  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ , то численное значение  $dB$  равно

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}. \quad (1.6)$$

В соответствии с принципом суперпозиции формула, позволяющая рассчитать результирующее магнитное поле всего проводника, имеет вид

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}. \quad (1.7)$$

Интегрирование производится по всей длине проводника  $l$ . В частности, с помощью закона Био-Савара-Лапласа можно получить соотношения

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi a}, \quad B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R} \quad (1.8)$$

для расчета индукции магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным прямым током (в точке, находящейся на расстоянии  $a$  от проводника) и прямым током радиуса  $R$  (в его центре) соответственно, а также для расчета поля внутри бесконечно длинного соленоида:

$$B = \mu_0 \mu I n, \quad (1.9)$$

где  $n$  – число витков на единицу его длины.

Наряду с магнитной индукцией вводится другая векторная характеристика магнитного поля – **напряженность**  $\vec{H}$ . Для магнитного поля в изотропной среде связь между векторами  $\vec{H}$  и  $\vec{B}$  имеет вид

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}. \quad (1.10)$$

Закон Био-Савара-Лапласа для напряженности  $H$  запишется так:

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi r^3} [d\vec{l} \cdot \vec{r}], \quad dH = \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \quad (1.11)$$

Единица измерения  $H$  в системе СИ 1 А/м. Это напряженность такого поля, магнитная индукция которого в вакууме равна  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Тл.

Сравнение векторных характеристик электрического ( $\vec{E}, \vec{D}$ ) и магнитного ( $\vec{B}, \vec{H}$ ) полей показывает, что аналогом напряженности электрического поля  $\vec{E}$  является вектор  $\vec{B}$ , так как и  $\vec{E}$ , и  $\vec{B}$  являются силовыми характеристиками и зависят от свойств среды, в которой создается поле. Аналогом вектора электрического смещения  $\vec{D}$  является вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ .

#### 1.4. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме

Циркуляция вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  вдоль любого замкнутого контура  $l$  равна 0, т.е.

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = 0,$$

что говорит о том, что электростатическое поле является потенциальным. Магнитное поле не является потенциальным, т.е. вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  имеет для замкнутого контура, охватывающего ток  $I$ , циркуляцию

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B dl \cos(\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 I, \quad (1.12)$$

отличную от нуля. Такое поле в векторном анализе называется **вихревым**. Если контур тока не охватывает, циркуляция вектора  $\vec{B}$  равна нулю.

В общем случае магнитное поле может создаваться системой проводников с токами. Тогда по принципу суперпозиции циркуляция суммарного вектора индукции, равного

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i, \quad (1.13)$$

будет определяться всеми  $n$  токами, охватывающими рассматриваемый контур, и поэтому

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i. \quad (1.14)$$

Это **закон полного тока** для магнитного поля в вакууме. Циркуляция вдоль замкнутого контура вектора индукции магнитного поля в вакууме равна произведению магнитной постоянной  $\mu_0$  на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром. Полученное соотношение устанавливает связь между токами и создаваемыми ими магнитными полями и может быть использовано для расчета магнитных полей. Напомним, что в электростатике электрические поля могут быть рассчитаны с помощью теоремы Гаусса.

### 1.5. Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля

Потоком вектора магнитной индукции, или **магнитным потоком** сквозь малую площадку  $dS$ , называется величина, равная произведению площади этой площадки и проекции  $B_n$  вектора  $\vec{B}$  на направление нормали  $\vec{n}$  к площадке  $dS$ :

$$d\Phi_B = B_n dS = B dS \cos(\vec{B}, \vec{n}). \quad (1.15)$$

Интегрируя это выражение по  $S$ , получим

$$\Phi_B = \int_S B_n dS, \quad (1.16)$$

где  $\Phi_B$  – магнитный поток сквозь произвольную поверхность  $S$ . Если поле однородно, а поверхность  $S$  плоская и расположена перпендикулярно к линиям магнитной индукции, то  $B_n = B = \text{const}$  и  $\Phi_B = BS$ .

Магнитный поток в СИ измеряется в веберах (Вб):

$$1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2 = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^2 = 1 \text{ В} \cdot \text{с}.$$

Поскольку линии вектора магнитной индукции всегда замкнуты и не имеют ни начала, ни конца, магнитный поток через произвольную замкнутую поверхность равен 0:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0. \quad (1.17)$$

Формула выражает **теорему Гаусса для вектора магнитной индукции**. Эта теорема является математическим следствием отсутствия в природе магнитных зарядов, на которых могли бы начинаться и завершаться линии магнитной индукции.

## 1.6. Сила Лоренца

Магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные электрические заряды, движущиеся в поле. Более того, из опытов следует, что сила Ампера есть результат действия магнитного поля на движущиеся заряженные частицы, образующие электрический ток. Выражение для силы, действующей на отдельный заряд  $q$ , движущийся в магнитном поле  $\vec{B}$  со скоростью  $\vec{v}$ , может быть найдено достаточно просто. Оно имеет вид

$$\vec{F}_Л = q[\vec{v} \cdot \vec{B}]. \quad (1.18)$$

Это выражение впервые было получено голландским физиком Лоренцем, и сила названа его именем.

В этой формуле  $q$  – алгебраическая величина заряда. Она может быть положительной и отрицательной. Знак заряда определяет направление **силы**

**Лоренца**, причем для положительных зарядов правило левой руки по-прежнему остается справедливым.

Модуль силы Лоренца равен

$$F_{\text{Л}} = |q|vB\sin\alpha; \quad (1.19)$$

где  $\alpha$  – угол между направлением скорости  $\vec{v}$  и вектором индукции магнитного поля  $\vec{B}$ . Отсюда следует, что заряд, движущийся вдоль направления магнитного поля ( $\alpha=0$ ), не испытывает действия силы.

Поскольку сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно скорости заряженной частицы, она работы над частицей не совершает. Следовательно, действуя на заряженную частицу магнитным полем, изменить ее энергию нельзя.

В общем случае на движущийся заряд, помимо магнитного поля с индукцией  $\vec{B}$ , может действовать еще и электромагнитное поле с напряженностью  $\vec{E}$ . Тогда результирующая сила, действующая на заряд, определится как сумма

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \cdot \vec{B}]. \quad (1.20)$$

Это соотношение называется формулой Лоренца.

### 1.7. Принцип действия циклических ускорителей заряженных частиц

Рассмотрим движение заряженной частицы в однородном магнитном поле. Пусть частица, имеющая заряд  $q$ , движется перпендикулярно линиям магнитной индукции. Тогда на частицу действует сила Лоренца:

$$F_{\text{Л}} = |q|vB.$$

Эта сила направлена перпендикулярно векторам  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ . Поскольку  $\vec{F}_{\text{Л}} \perp \vec{v}$ , то она создает нормальное ускорение, т.е. является центростремительной и заставляет частицу двигаться по окружности, радиус которой пропорционален величине скорости частицы  $v$ .

В циклотронном ускорителе частица многократно проходит через ускоряющее электрическое поле, которое сообщает ей энергию:

$$W = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где  $\varphi_1 - \varphi_2$  – разность потенциалов между точками электрического поля, в котором ускоряется частица.

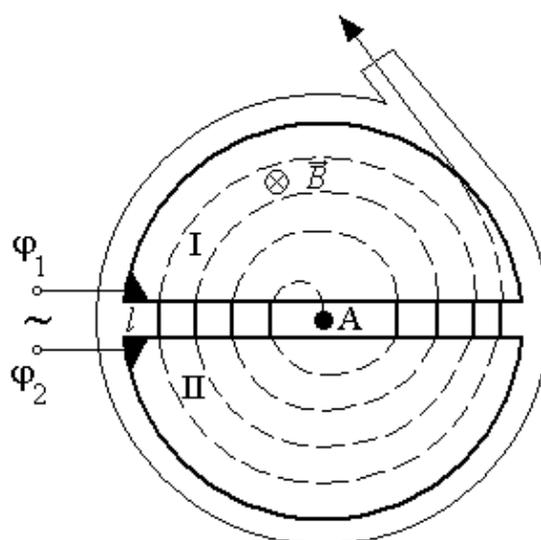


Рис. 1.4

Циклотрон состоит из двух металлических дуантов I и II, разделенных узкой щелью  $l$ , в которой создается переменное электрическое поле. Дуанты заключены в замкнутую камеру, помещенную между полюсами сильного электромагнита, поле которого  $\vec{B}$  направлено перпендикулярно плоскости чертежа (рис. 1.4). Пусть в точке A частица находится в момент, когда электрическое поле направлено вверх. Частица увлекается в дуант I, в котором электрическое поле отсутствует, потому что экранировано. Под действием магнитного поля частица движется по окружности, радиус которой определяется скоростью частицы. По этой окружности частица возвращается в щель в момент, когда электрическое поле там направлено вниз. Она опять ускоряется, увеличивая свою скорость, и, попав затем в дуант II, движется по окружности большего радиуса. Таким образом, циклически ускоряясь, энергия частицы может достигнуть больших значений на выходе. Для правильной работы циклотрона необходимо, чтобы электрическое поле изменяло свою полярность синхронно с движением частицы, чтобы не произошло замедления частицы обратным направленным полем.

### 1.8. Явление Холла

Американский физик Холл в 1880 году проделал опыт: в магнитное поле была помещена металлическая пластина, через которую пропускали электрический ток  $I$  (рис. 1.5).

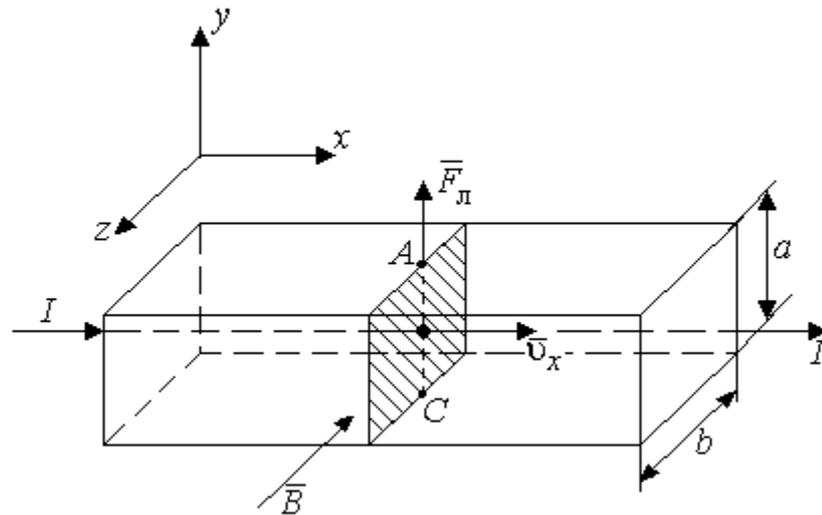


Рис. 1.5

При этом между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов  $\varphi_A - \varphi_C$ . Это и есть **явление Холла**, или **гальваномагнитное явление**. Было установлено, что холловская разность потенциалов определяется выражением

$$\varphi_A - \varphi_C = R \frac{IB}{b}, \quad (1.21)$$

где  $B$  – индукция магнитного поля;  $b$  – ширина пластинки;  $R$  – константа Холла. Численное значение  $R$  зависит от материала пластины, причем  $R$  может быть как больше, так и меньше нуля.

Явление Холла можно объяснить так: пусть ток  $I$  в пластине обусловлен упорядоченным движением частиц с зарядом  $q$  и средней скоростью  $v$  и их концентрация  $n_0$ , тогда

$$I = qn_0 v_x S = qn_0 v_x ab,$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения пластины;  $v_x$  – проекция  $v$  на направление  $X$  вдоль тока, совпадающая с вектором плотности тока  $\vec{j}$ .

Если  $q > 0$ , то  $v_x = v$ , если  $q < 0$ , то  $v_x = -v$ . На частицы действует в магнитном поле сила Лоренца  $\vec{F}_L = q[\vec{v} \cdot \vec{B}]$ . Она вызывает отклонение частиц к верхней грани пластинки. Таким образом, на верхней грани образуется избыток зарядов, а на нижней – их недостаток. Следовательно, возникает поперечное электрическое поле, направленное сверху вниз, если  $q > 0$ , и снизу вверх, если  $q < 0$ . Напряженность этого поля  $\vec{E}$ . В

установившемся состоянии сила Лоренца уравнивается силой, действующей на заряды со стороны этого поля,

$$qE = qv_x B \Rightarrow E = v_x B,$$

и поэтому

$$\varphi_A - \varphi_C = \int_0^a EdZ = v_x Ba.$$

Учитывая, что  $v_x = \frac{1}{qn_0} \frac{I}{ab}$ , для холловской разности потенциалов

получаем соотношение

$$\varphi_A - \varphi_C = \frac{1}{qn_0} \frac{IB}{b}, \quad (1.22)$$

которое совпадает с экспериментальной формулой. Из сравнения следует, что

$$R = \frac{1}{qn_0}. \quad (1.23)$$

Это означает, что по известной константе  $R$  можно определить концентрацию носителей в металле  $n_0$ .

Эффект Холла наблюдается не только в металлах, но и в полупроводниках, причем по знаку можно установить знак носителей тока, а значит, можно судить о принадлежности полупроводника к определенному типу проводимости.

## 1.9. Явление электромагнитной индукции

**Явление электромагнитной индукции** состоит в возникновении ЭДС в замкнутом контуре при изменении пронизывающего его магнитного поля. Следовательно, в замкнутом контуре, находящемся в переменном магнитном поле, возникает индуцированное электрическое поле, энергетической характеристикой которого является ЭДС электромагнитной индукции  $\varepsilon_j$ . Следствием является появление индукционного тока.

Связь между направлением индукционного тока и характером вызвавшего его изменения магнитного поля исследовал профессор Петербургского университета Ленц и установил следующий закон, называемый **правилом Ленца**: при всяком изменении магнитного потока,

проходящего сквозь поверхность, натянутую на замкнутый контур, в последнем возникает индукционный ток такого направления, что создаваемое им магнитное поле противодействует изменению магнитного потока.

Закон Фарадея с учетом правила Ленца имеет математическое выражение

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (1.24)$$

и формулируется так: ЭДС электромагнитной индукции в замкнутом контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока, проходящего сквозь поверхность, натянутую на контур. Знак «-» в этой формуле является выражением правила Ленца.

Если рассмотреть не один виток, а катушку с числом витков  $N$ , то общий магнитный поток, сцепленный с этой катушкой, будет в  $N$  раз больше, поэтому

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Psi}{dt}, \quad (1.25)$$

где  $\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi_{B_i}$  – полный магнитный поток, называемый **потокосцеплением**. Если поток, пронизывающий каждый из витков, одинаков, то

$$\Psi = N\Phi_B. \quad (1.26)$$

### 1.10. Самоиндукция. Индуктивность

Вокруг всякого проводника с током существует магнитное поле. Собственное магнитное поле контура, по которому течет ток, создает магнитный поток самоиндукции  $\Phi_{Bc}$  сквозь поверхность  $S$ , натянутую на этот же контур. При изменениях тока изменяется также и связанный с контуром магнитный поток  $\Phi_{Bc}$ , вследствие чего в контуре индуцируется ЭДС. Это явление называется **самоиндукцией**.

В соответствии с законом Био-Савара-Лапласа магнитная индукция  $B$  пропорциональна силе тока, вызвавшего поле. Отсюда вытекает, что ток  $I$  в контуре и создаваемый им полный магнитный поток  $\Phi_{Bc}$  пропорциональны друг другу:

$$\Phi_{Bc} = LI. \quad (1.27)$$

Коэффициент пропорциональности  $L$  называется **индуктивностью контура**. Это статическая индуктивность. Она зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитных свойств ( $\mu$ ) среды, в которой контур находится. В частности, для индуктивности очень длинного соленоида можно получить выражение

$$L = \mu_0 \mu n^2 V, \quad (1.28)$$

где  $n$  – число витков на единицу длины соленоида;  $V$  – его объем.

Единица индуктивности в СИ – генри (Гн), 1 Гн – это индуктивность такого контура, магнитный поток самоиндукции которого равен 1 Вб при силе тока в 1 А:

$$1 \text{ Гн} = 1 \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}}.$$

При прохождении по контуру изменяющегося тока магнитный поток самоиндукции изменяется, и в контуре наводится ЭДС самоиндукции. Если контур не деформируется и среда не меняет магнитных свойств, то  $L = \text{const}$ , и тогда закон Фарадея для ЭДС самоиндукции принимает вид

$$\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt}. \quad (1.29)$$

Под действием ЭДС самоиндукции возникает индукционный ток, который по закону Ленца замедляет возрастание или убывание тока в цепи.

### 1.11. Энергия магнитного поля

При возрастании тока в контуре возникает ЭДС самоиндукции, противодействующая увеличению тока, следовательно,  $I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_c}{R}$ , где  $\varepsilon$  – ЭДС источника;  $\varepsilon_c$  – ЭДС самоиндукции,

$$\varepsilon = IR + L \frac{dI}{dt}.$$

Работа, совершаемая источником электрической энергии за время  $dt$ , равна

$$\varepsilon Idt = I^2 R dt + LI dI.$$

Первое слагаемое в правой части – это работа, затрачиваемая на нагревание проводника по закону Джоуля-Ленца. Второе слагаемое – это дополнительная работа, затрачиваемая на увеличение тока в контуре от 0 до  $I$ :

$$A = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Это собственная энергия тока  $I$  в контуре с индуктивностью  $L$ .

Увеличение тока в проводнике вызывает усиление его магнитного поля, которое обладает энергией. Собственная энергия тока и есть **энергия магнитного поля** контура с током

$$W_m = \frac{LI^2}{2}, \quad (1.30)$$

которая локализована в возбуждаемом током магнитном поле.

Проведенный для бесконечно длинного соленоида расчет **объемной плотности энергии магнитного поля**, т.е. энергии, сосредоточенной в единице объема пространства, дает

$$\omega = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{HB}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}. \quad (1.31)$$

Полученное выражение справедливо во всех случаях, где есть магнитное поле.

### Контрольные вопросы

1. Что является источником магнитного поля?
2. Какая физическая величина является основной характеристикой магнитного поля? Как вводятся магнитные силовые линии?
3. Сформулируйте правило буравчика. Для чего оно применяется?
4. Как магнитное поле действует на проводник с электрическим током?
5. Как определить направление силы Ампера?
6. Как записывается закон Био-Савара-Лапласа?
7. Что такое напряженность магнитного поля? Как она связана с индукцией магнитного поля?
8. Как рассчитать магнитное поле, создаваемое проводником с током, с помощью закона полного тока?

9. Что такое магнитный поток?
10. Действует ли магнитное поле на неподвижный электрический заряд?
11. Почему с помощью магнитного поля не может быть изменена энергия заряженной частицы?
12. В чем заключается эффект Холла? Какие величины могут быть найдены с его помощью?
13. В чем состоит явление электромагнитной индукции? Как объяснить знак минус в записи закона электромагнитной индукции?
14. Что такое самоиндукция? К чему приводит появление самоиндукции?
15. Как определяется объемная плотность энергии магнитного поля?

## 2. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

### 2.1. Магнитные моменты атомов

Известно, что все вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются. Рассмотрим этот процесс с точки зрения микроскопической энергии. Сначала изучим ситуацию в отсутствие внешнего магнитного поля.

Согласно представлениям классической физики, электроны в атомах движутся по некоторым замкнутым орбитам, поэтому каждый атом или молекулу можно рассматривать как совокупность электронных микротоков. Вследствие этого даже в отсутствие внешнего магнитного поля атомы обладают магнитным моментом, связанным с орбитальным движением электронов, т.е. являются магнитными диполями. Напомним, что магнитный дипольный момент кругового тока пропорционален величине тока и площади кругового контура. Однако в полной мере атомный магнетизм не описывается одним только орбитальным движением электронов.

Оказалось, что наряду с орбитальным магнитным моментом электроны обладают также **собственным (спиновым) магнитным моментом**, который первоначально считали обусловленным вращением электрона вокруг своей оси. В дальнейшем этот взгляд привел к целому ряду противоречий, поэтому в настоящее время спиновый момент (спин) не связывают с каким-либо движением электрона. Считается, что спин является таким же неотъемлемым свойством электрона, как его масса и заряд.

Магнитный момент атома складывается из магнитных моментов (как орбитальных, так и спиновых) входящих в его состав электронов и магнитного момента ядра. Поскольку магнитные моменты ядер, обусловленные наличием магнитных моментов у входящих в ядро протонов и нейтронов, в тысячи раз меньше магнитных моментов электронов, обычно ими пренебрегают. Таким образом, общий магнитный момент атома  $\vec{p}_m$  равен векторной сумме орбитальных и спиновых магнитных моментов входящих в атом электронов. В зависимости от величины суммарного магнитного дипольного момента и особенностей атомного строения все вещества по магнитным свойствам подразделяются на три группы: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

## 2.2. Магнитное поле в веществе

Итак, атомы и молекулы подобны магнитным диполям, поэтому в магнитных полях ведут себя как диполи. Намагничивание магнетика естественно характеризовать магнитным моментом единицы объема образца. Эту величину называют **намагниченностью**  $\vec{J}$ , она равна отношению магнитного момента малого объема  $\Delta V$  вещества к этому объему:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{p}_m. \quad (2.1)$$

Здесь  $\vec{p}_m$  – магнитный момент отдельной молекулы, суммирование проводится по всем молекулам рассматриваемого объема.

Единицей измерения намагниченности в системе СИ является А/м.

Намагничивание магнетика появляется при внесении образца в магнитное поле  $\vec{B}_0$ , создаваемое внешними макротоками. Однако внутри магнетика поле не равно  $\vec{B}_0$ , так как появляется дополнительное поле  $\vec{B}'$ , создаваемое внутренними молекулярными микротоками. Намагничивание вещества обуславливается именно суммарным действием обоих полей, т.е. результирующее поле  $\vec{B}$ , в котором находятся молекулы, равно

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (2.2)$$

Поле  $\vec{B}'$  так же, как и поле  $\vec{B}_0$ , не имеет источников (линии магнитной индукции всегда замкнуты), поэтому поток вектора  $\vec{B}$  равен нулю:

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (2.3)$$

Эта формула выражает теорему Гаусса для вектора магнитной индукции: поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.

Более информативным является закон полного тока (теорема о циркуляции) для магнитного поля в веществе, который записывают следующим образом:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{\text{макро}} + \mu_0 \sum I_{\text{микро}}, \quad (2.4)$$

где  $\sum I_{\text{макро}}$  – сумма внешних макроскопических токов;  $\sum I_{\text{микро}}$  – сумма внутренних молекулярных микротоков, охватываемых некоторым контуром  $l$ . Это соотношение удобным для расчетов не является, так как наряду с известными макротоками содержит множество микротоков. Однако можно показать, что

$$\sum I_{\text{микро}} = \oint_l \vec{J} d\vec{l}, \quad (2.5)$$

т.е. циркуляция вектора намагниченности определяется именно микротоками. С учетом этого соотношения закон полного тока записывают в виде

$$\oint_l \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = \sum I_{\text{макро}}.$$

Если ввести вектор напряженности магнитного поля

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}, \quad (2.6)$$

то **закон полного тока** записывается в более удобной форме:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I_{\text{макро}}. \quad (2.7)$$

Итак, циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль произвольного замкнутого контура равна алгебраической сумме макроскопических токов, охватываемых этим контуром.

### 2.3. Напряженность магнитного поля. Относительная магнитная проницаемость

При описании магнитного поля, помимо вектора магнитной индукции, используется также вспомогательная величина – **вектор напряженности магнитного поля**, определяемый соотношением

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}.$$

В отличие от индукции  $\vec{B}$ , характеризующей взаимодействие магнитного поля с токами и движущимися зарядами и потому являющейся силовой характеристикой магнитного поля, напряженность  $\vec{H}$  непосредственного физического смысла не имеет. Она введена в электродинамику потому, что с ее помощью в компактной и удобной форме записываются уравнения для магнитных полей в неоднородных средах. Напряженность  $\vec{H}$  является аналогом электрического смещения  $\vec{D}$ .

Намагниченность принято связывать не с магнитной индукцией, а с напряженностью магнитного поля, не зависящей от вида магнетика и определяемой внешними условиями. Опыт показывает, что для большинства веществ справедливо соотношение

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (2.8)$$

т.е. намагниченность пропорциональна приложенному полю. Здесь  $\chi$  – характерная для данного магнетика величина, называемая **магнитной восприимчивостью**. Поскольку размерность  $H$  совпадает с размерностью  $J$  (А/м),  $\chi$  – безразмерная величина. С учетом последнего соотношения имеем

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1 + \chi)} = \frac{\vec{B}}{\mu_0\mu}, \quad \vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}. \quad (2.9)$$

Безразмерная величина  $\mu = 1 + \chi$  называется **относительной магнитной проницаемостью** вещества. Поскольку восприимчивость  $\chi$  может быть как положительной, так и отрицательной, то магнитная проницаемость  $\mu$  может быть как больше, так и меньше единицы. Относительная магнитная проницаемость  $\mu$  показывает, во сколько раз усиливается (или ослабевает) поле в магнетике по сравнению с полем в вакууме.

## 2.4. Диамагнетики

В диамагнетиках собственное магнитное поле  $\vec{B}'$ , индуцируемое внешним полем  $B_0$ , направлено противоположно внешнему полю. Поэтому результирующее поле в диамагнетике ослабляется. Это означает, что восприимчивость диамагнетиков  $\chi < 0$ , т.е. магнитная проницаемость  $\mu < 1$ .

Диамагнетизм может быть объяснен следующим образом. Когда молекула или атом вещества оказывается во внешнем возрастающем магнитном поле, то изменяющееся магнитное поле вызывает электромагнитную индукцию. Электроны в атомах приходят в дополнительное вращательное движение в таком направлении, что созданное этим движением магнитное поле будет противодействовать изменению внешнего поля. У атомов возникает индуцированный магнитный момент, направленный против поля. Наведенные составляющие магнитных полей атомов складываются и образуют собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект получил название диамагнитного эффекта.

Диамагнитный эффект возникает у всех атомов, но наблюдается только у тех веществ, атомы которых не обладают суммарным магнитным моментом. К диамагнетикам относятся многие металлы (например, Bi, Ag, Au, Cu) и большинство органических соединений.

Диамагнитная восприимчивость от температуры не зависит. В отсутствие внешнего магнитного поля диамагнетик немагнитен.

## 2.5. Парамагнетики

У парамагнитных веществ при отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты электронов не компенсируют друг друга, и атомы (молекулы) парамагнетиков всегда обладают магнитным моментом. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому у парамагнетиков в отсутствие внешнего магнитного поля намагниченность равна нулю. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле молекулы ведут себя подобно диполям. В результате устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов по полю тем большая, чем больше магнитное поле, и тем меньшая, чем выше температура. Тепловое движение оказывает дезориентирующее действие, препятствуя полной ориентации всех молекул по полю. Таким образом, парамагнетик во внешнем магнитном поле намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по

направлению с внешним полем и усиливающее его. Этот эффект называется парамагнитным.

Диамагнитный эффект возникает и в парамагнетиках, но он на порядок слабее парамагнитного. Поэтому возникающий при включении магнитного поля положительный (направленный по полю) магнитный момент бывает значительно больше, чем отрицательный индуцированный момент. Результирующий момент оказывается положительным, и вещество ведет себя, как парамагнетик. Парамагнетиками являются, например, кислород, окись азота, алюминий, щелочные металлы.

При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ориентация магнитных моментов вследствие теплового движения нарушается и парамагнетик размагничивается. В отсутствие внешнего магнитного поля парамагнетик, как и диамагнетик, немагнитен.

Магнитная восприимчивость парамагнетиков невелика и положительна. Поэтому относительная магнитная проницаемость  $\mu > 1$ .

Восприимчивость парамагнетиков обратно пропорциональна абсолютной температуре.

## 2.6. Ферромагнетики

Особый класс магнетиков образуют вещества, способные обладать спонтанной намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля. Внутреннее магнитное поле в ферромагнетиках может в сотни и тысячи раз превышать вызвавшее его внешнее магнитное поле. Магнитная восприимчивость ферромагнетиков положительна и весьма велика. К числу ферромагнетиков относятся железо, никель, кобальт и ряд сплавов, причем ферромагнетизм присущ этим веществам, находящимся только в кристаллическом состоянии.

Существенной особенностью ферромагнетиков является наличие зависимости относительной магнитной проницаемости  $\mu$  от величины напряженности  $H$  приложенного магнитного поля. Вначале  $\mu$  быстро растет, достигает максимального значения, а затем убывает. Максимальные значения  $\mu$  для ферромагнетиков очень велики: Fe – 5000; кремнистое железо ( $\text{Fe}^+ 3\% \text{ Si}$ ) – 10000; пермаллой (78 % Ni + 22 % Fe) – 100000.

Особые свойства ферромагнетиков объясняются наличием в них малых областей, обладающих однородной самопроизвольной намагниченностью. Такие области называются **доменами**. Линейные размеры доменов составляют  $10^{-2}$ - $10^{-3}$  см. Поэтому внешнее магнитное поле в ферромагнетике ориентирует моменты не отдельных частиц, а целых областей – доменов.

Рассмотрим намагничивание ферромагнетика (рис. 2.1).

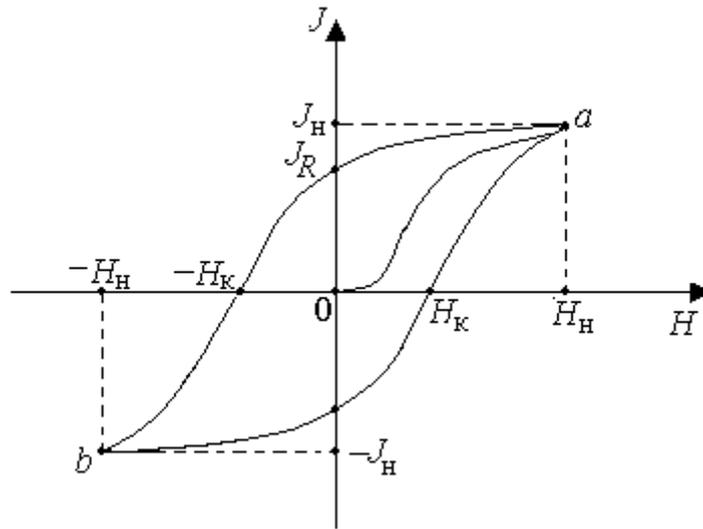


Рис. 2.1

С увеличением напряженности  $H$  магнитного поля от нуля намагниченность  $J$  увеличивается по кривой  $0a$  (основная кривая намагничивания) до некоторого значения насыщения  $J_N$ . Если затем уменьшить  $H$ , то  $J$  изменится по кривой, лежащей выше основной кривой. При  $H=0$  намагниченность не равна нулю, т.е. у образца имеется остаточная намагниченность  $J_R$ . Это объясняется тем, что у части доменов сохраняется преимущественная ориентация их магнитных моментов. Чтобы полностью размагнитить образец, нужно создать вокруг него магнитное поле с напряженностью  $H_K$ , направленное в противоположную сторону. Величина  $H_K$  называется коэрцитивной силой. При дальнейшем увеличении магнитного поля, противоположного первоначальному, намагниченность снова достигает насыщения (точка  $b$ ). Возвращаясь постепенно к напряженности  $H_N$ , получим замкнутую кривую, которая называется петлей гистерезиса.

Существование остаточной намагниченности делает возможным изготовление постоянных магнитов, т.е. тел, которые без затрат энергии на поддержание макроскопических токов обладают магнитным моментом и создают в окружающем их пространстве магнитное поле. Постоянный магнит тем лучше сохраняет свои свойства, чем больше коэрцитивная сила материала, из которого он изготовлен. Поэтому постоянные магниты изготавливают из жестких ферромагнетиков с большой коэрцитивной силой и широкой петлей гистерезиса (например, углеродистые и вольфрамовые стали).

Мягкие ферромагнетики с малой коэрцитивной силой и узкой петлей гистерезиса применяют для изготовления сердечников трансформаторов (например, мягкое железо, сплав железа с никелем). Это связано с тем, что работа, совершаемая при перемагничивании, пропорциональна площади петли гистерезиса, а значит, такие сердечники подвержены меньшему нагреву.

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура  $T_c$ , называемая точкой Кюри, при которой области спонтанного намагничивания – домены распадаются и вещество утрачивает ферромагнитные свойства. Например, для железа  $T_c = 1041$  К, для никеля  $T_c = 738$  К. При нагревании образца выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик. При охлаждении ферромагнетика ниже  $T_c$  в нем снова возникают домены.

## 2.7. Понятие о природе ферромагнетизма. Антиферромагнетики

В создании самопроизвольной намагниченности ферромагнетиков орбитальные магнитные моменты не участвуют. Элементарными носителями магнетизма в этих материалах являются спиновые магнитные моменты. Вначале представление о спине связывалось с вращением электрона вокруг собственной оси. В настоящее время доказано, что такая модель неверна. Электрону присущи собственный механический и магнитный моменты подобно тому, как ему присущи заряд  $e$  и масса  $m_e$ .

Согласно классическим представлениям, электроны в атоме движутся по орбитам, причем совокупность определенного числа орбит составляет электронную оболочку. Почти все оболочки подразделяются на слои или подоболочки. Ферромагнитные материалы обладают особенностью: прежде чем нижняя оболочка застроится полностью, начинается заполнение оболочки, расположенной выше. Спины электронов каждого слоя могут быть ориентированы в противоположных направлениях, и если имеет место «недостроенность» оболочки, то может быть и нескомпенсированность суммарного магнитного момента. Однако только недостроенности нижних оболочек недостаточно для появления ферромагнитного эффекта.

Возникновение доменов объясняется тем, что иногда состояние системы электронов является наиболее энергетически выгодным, когда магнитные моменты электронов ориентированы параллельно друг другу. Такое положение электронов является результатом так называемого «обменного взаимодействия» между ними.

В некоторых случаях обменные силы приводят к появлению антиферромагнетиков, в которых собственные моменты электронов

соседних атомов ориентированы антипараллельно друг другу. В результате антиферромагнетики характеризуются очень малой магнитной восприимчивостью и проявляются как очень слабые парамагнетики. Для антиферромагнетиков тоже существует критическая температура  $T_N$ , которая называется антиферромагнитной точкой Кюри, или точкой Нееля. Выше такой температуры антипараллельная ориентация исчезает. Примеры антиферромагнетиков – эрбий, диспрозий, некоторые сплавы марганца и меди.

## 2.8. Магнитное поле в сверхпроводниках

Основным свойством сверхпроводников является резкое падение у некоторых металлов и сплавов удельного сопротивления вблизи определенной температуры  $T_K$ . Известно свыше 500 чистых элементов и сплавов, обнаруживающих свойство сверхпроводимости. Критические температуры этих веществ составляют единицы кельвина. Однако в 1986 г. были открыты так называемые высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) с критическими температурами порядка 80 К. В настоящее время созданы ВТСП-сплавы, критическая температура которых достигает значений 140-160 К.

Поскольку сопротивление металлов в сверхпроводящем состоянии равно нулю, в них не выделяется джоулево тепло. Токи, раз возникнув, сохраняются в них неопределенно долгое время в отсутствие всякой сторонней ЭДС.

В ходе изучения свойств сверхпроводников было установлено, что при переходе металла в сверхпроводящее состояние не изменяются структура его кристаллической решетки, а также его механические и оптические свойства. Однако при таком переходе наряду со скачкообразным изменением электрических свойств качественно меняются его магнитные и тепловые свойства.

В отсутствие магнитного поля переход в сверхпроводящее состояние сопровождается скачкообразным изменением теплоемкости. При наличии внешнего магнитного поля скачком изменяются и теплоемкость, и теплопроводность. Кроме того, достаточно сильное магнитное поле (т.е. сильный электрический ток, протекающий по сверхпроводнику) приводит к разрушению сверхпроводящего состояния.

Как показал немецкий физик В. Мейсснер, сверхпроводящее состояние вещества отличается еще одной особенностью: магнитное поле не проникает в глубь металла, т.е. напряженность и индукция магнитного поля внутри сверхпроводников равны нулю. Это означает, что при

охлаждении сверхпроводника ниже критической температуры магнитное поле из него вытесняется.

Сверхпроводники применяются в вычислительной технике. Поскольку электрический ток в них является незатухающим, они могут быть использованы в качестве прекрасных запоминающих устройств. Сверхпроводники – хорошие переключающие устройства. Соленоиды из сверхпроводящего материала могут создавать очень сильные магнитные поля, которые позволят уменьшить габариты и потребляемую энергию в синхротронах и других ускорителях частиц.

## 2.9. Основы теории Максвелла для электромагнитного поля

Теория Максвелла является макроскопической теорией электромагнитного поля. Электрические и магнитные свойства среды характеризуются в этой теории тремя величинами: относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , относительной магнитной проницаемостью  $\mu$  и удельной электрической проводимостью  $\sigma$ . Зависимость этих величин от свойств среды, физический смысл явлений, происходящих при поляризации и намагничивании, в теории Максвелла не исследуются. Теория Максвелла рассматривает усредненные электрическое и магнитное поля для участков, объемы которых значительно превышают объемы атомов и молекул.

В качестве первого уравнения рассматривают закон электромагнитной индукции: ЭДС, возбуждаемая в неподвижном замкнутом проводящем контуре, выражается так:

$$\epsilon = \oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}, \quad (2.10)$$

где  $E$  – напряженность электрического поля, возникающего в проводнике.

Максвелл предложил считать, что это соотношение справедливо для любого замкнутого контура, а не только для проводящего. Иными словами, переменное магнитное поле создает в любой точке пространства вихревое электрическое поле независимо от того, находится в этой точке проводник или нет.

Записанное таким образом равенство называется **первым уравнением Максвелла**: циркуляция вектора напряженности электрического поля по произвольному замкнутому контуру  $L$  равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, натянутую на контур.

Поскольку магнитный поток определяется соотношением

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S},$$

закон электромагнитной индукции может быть записан в виде

$$\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \quad (2.11)$$

**Первое уравнение** Максвелла может быть записано так:

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = - \oint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \quad (2.12)$$

Если рассматриваемый контур является проводящим и в нем, кроме ЭДС индукции, имеются другие ЭДС:  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ , то получим

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = - \frac{\partial \Phi_B}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \varepsilon_i. \quad (2.13)$$

## 2.10. Второе уравнение Максвелла. Ток смещения

Максвелл обобщил закон полного тока:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{макро}}.$$

Он предположил, что переменное электрическое поле, подобно электрическому току, является источником магнитного поля. Для количественной характеристики этого действия он ввел понятие тока смещения. По теореме Остроградского-Гаусса, поток смещения сквозь замкнутую поверхность  $S$  равен

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_{\text{своб}},$$

где  $q_{\text{своб}}$  – алгебраическая сумма свободных электрических зарядов, охватываемых замкнутой поверхностью  $S$ . Продифференцировав это уравнение, получим

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{d}{dt} \oint_S \vec{D} d\vec{S}.$$

Если поверхность  $S$  неподвижна и не деформируется, то изменение во времени потока смещения сквозь поверхность  $S$  вызывается только изменением электрического смещения  $\vec{D}$ , поэтому

$$\frac{dq}{dt} = \oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Правая часть имеет размерность силы тока, а величина  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  – размерность плотности тока, поэтому Максвелл предложил называть ее плотностью тока смещения:

$$\vec{j}_{\text{смещ}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (2.14)$$

Плотность тока смещения равна скорости изменения вектора смещения  $\vec{D}$  в данной точке.

Током смещения сквозь произвольную поверхность  $S$  называется физическая величина, численно равная потоку вектора плотности тока смещения сквозь эту поверхность:

$$I_{\text{смещ}} = \int_S \vec{j}_{\text{смещ}} d\vec{S} = \int_S \frac{d\vec{D}}{dt} d\vec{S} = \frac{\partial \Phi_e}{\partial t}. \quad (2.15)$$

Введя представления о токе смещения, Максвелл по-новому рассмотрел замкнутость цепей электрического тока. До Максвелла считалось, что замкнутыми должны быть только цепи постоянного тока, а для переменного тока это не обязательно. Например, при заряде и разряде конденсатора электрический ток протекает по проводнику, соединяющему обкладки, и не проходит через диэлектрик, находящийся между обкладками. Максвелл же утверждает, что эти цепи тоже замкнуты, причем там, где нет проводника, замкнутость обеспечивается токами смещения.

Обобщение в этом смысле закона полного тока дает **второе уравнение Максвелла**:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{макро}} + I_{\text{смещ}}. \quad (2.16)$$

Циркуляция вектора  $\vec{H}$  напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру  $L$  равна алгебраической сумме макротоков и тока смещения сквозь поверхность, натянутую на этот контур.

Величину макротока можно выразить так:

$$I_{\text{макро}} = \int_S \vec{j}_{\text{макро}} d\vec{S},$$

где  $\vec{j}_{\text{макро}}$  – плотность макротока.

Тогда второе уравнение Максвелла запишется так:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j}_{\text{макро}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (2.17)$$

## 2.11. Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля

**Третье уравнение Максвелла** выражает теорему Остроградского-Гаусса для потока электрического смещения  $\vec{D}$  сквозь произвольную замкнутую поверхность, охватывающую суммарный свободный заряд  $q_{\text{своб}}$ :

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_{\text{своб}}. \quad (2.18)$$

Эта теорема была рассмотрена для электростатического поля. Максвелл предложил, что она справедлива и для переменного электрического поля.

**Четвертое уравнение Максвелла** является обобщением теоремы Остроградского-Гаусса для переменного магнитного поля:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (2.19)$$

К четырем уравнениям Максвелла добавляются три уравнения, характеризующие электрические и магнитные свойства среды:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j}_{\text{макро}} = \sigma \vec{E}. \quad (2.20)$$

Полученная система из семи уравнений позволяет исследовать электромагнитное поле на макроскопическом уровне.

## 2.12. Относительность электрической и магнитной составляющих электромагнитного поля

Семь уравнений, введенных Максвеллом, описывают электромагнитное поле и отражают тесную связь электрического и магнитного полей. Можно сказать, что ни одно из этих полей в «чистом», отдельном виде вообще не существует. Можно возразить, что, например, магнитное поле может быть вызвано только движущимися электрическими зарядами, а статическое электрическое поле могло бы, казалось, существовать отдельно. Однако неподвижность электрических зарядов утверждается только относительно определенной системы отсчета. Иначе говоря, всегда можно найти систему отсчета, относительно которой данные электрические заряды движутся, а значит, и создают вокруг себя магнитное поле.

Вывод: поле может казаться «чисто» электрическим или «чисто» магнитным только относительно определенной системы отсчета. Относительно других систем отсчета поле всегда является совокупностью электрического и магнитного полей, образующих единое электромагнитное поле.

### Контрольные вопросы

1. Из чего складывается магнитный момент атома?
2. Что происходит с веществом, помещенным в магнитное поле? В чем различие диамагнитного и парамагнитного эффектов?
3. Что показывает относительная магнитная проницаемость вещества?
4. В чем состоит отличительная особенность ферромагнетиков? Что такое домены?
5. Что такое коэрцитивная сила? Какая температура называется точкой Кюри?
6. Что такое антиферромагнетики? Как проявляются их магнитные свойства?
7. В чем состоит явление сверхпроводимости?
8. Что такое высокотемпературные сверхпроводники?
9. Какова особенность магнитных свойств сверхпроводников?
10. Где могут быть использованы сверхпроводники?
11. Что рассматривает теория электромагнитного поля Максвелла?
12. Каким уточнением закона электромагнитной индукции было получено первое уравнение Максвелла?
13. Что такое ток смещения? Как введение тока смещения изменило представление о замкнутости электрических цепей?

14. Какие обобщения позволили получить третье и четвертое уравнения Максвелла?

15. Может ли электрическое или магнитное поле существовать в «чистом» виде?

### 3. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

#### 3.1. Колебательный контур

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из последовательно соединенных конденсатора емкостью  $C$ , соленоида индуктивностью  $L$ , резистора сопротивлением  $R$  и ключа  $K$  (рис. 3.1).

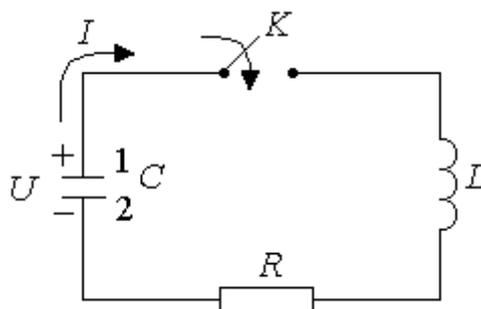


Рис. 3.1

Если при разомкнутом ключе  $K$  зарядить конденсатор до напряжения  $U$ , а затем замкнуть ключ, то конденсатор начнет разряжаться и в цепи возникнет ток  $I$ . Энергия электрического поля, первоначально сосредоточенная в конденсаторе, переходит в магнитную энергию катушки индуктивности. Когда конденсатор полностью разрядится, ток достигнет максимума. С этого момента ток начнет убывать, но он прекратится не сразу, так как его будет поддерживать ЭДС самоиндукции. Ток будет перезаряжать конденсатор. При этом возникает электрическое поле, стремящееся ослабить ток. Когда ток прекратится, конденсатор полностью перезарядится, при этом вся энергия опять будет сосредоточена на обкладках конденсатора и т.д.

При отсутствии активного сопротивления  $R$  в контуре будут возникать строго периодические колебания, причем периодически изменяются: заряд на обкладках конденсатора, напряжение на нем и ток, текущий через катушку. Если активное сопротивление  $R$  не равно нулю, в контуре будет происходить постепенное преобразование электромагнитной

энергии в джоулево тепло. Колебания в этом случае будут постепенно затухать.

Найдем уравнение колебаний в колебательном контуре, изображенном на рис. 3.2. По закону Ома для участка цепи  $1LR2$  можно записать

$$IR = U + \varepsilon,$$

где  $I$ ,  $U = q/C$ ,  $\varepsilon$  – мгновенные значения силы тока, напряжения на конденсаторе и ЭДС.

На рассматриваемом участке приложена только ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке  $L$  при протекании изменяющегося тока, и поэтому

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}.$$

Ток связан с изменением заряда  $q$  на обкладках конденсатора соотношением

$$I = -\frac{dq}{dt}, \quad \frac{dI}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2}.$$

Подставив эти выражения в первое уравнение, получим уравнение колебательного контура

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0. \quad (3.1)$$

Если определить из этого уравнения зависимость  $q(t)$ , то в дальнейшем не составит труда найти напряжение на конденсаторе  $U(t) = q(t)/C$  и силу тока  $I = dq/dt$ .

Уравнению колебательного контура можно придать более общий с точки зрения теории колебаний вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (3.2)$$

Здесь использованы обозначения

$$\frac{R}{L} = 2\beta, \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2.$$

Величину  $\omega_0$  называют **собственной частотой контура**,  $\beta$  – **коэффициентом затухания**.

Решение этого уравнения показывает, что в контуре происходят гармонические колебания, которые при  $R=0$  будут незатухающими, а при  $R \neq 0$  – затухающими.

### 3.2. Свободные незатухающие колебания

Если в контуре нет внешней ЭДС и активное сопротивление  $R$  равно нулю, колебания в контуре являются свободными незатухающими. В этом случае решением уравнения колебательного контура является функция

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3.3)$$

Здесь  $q_m$  – амплитудное значение заряда на обкладках конденсатора;  $\omega_0$  – собственная частота контура;  $\varphi_0$  – начальная фаза.

Из этого уравнения следует, что заряд на обкладках (а также напряжение на конденсаторе и ток) совершает гармонические незатухающие колебания с частотой  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ . Отметим, что величина собственной частоты  $\omega_0$  определяется только свойствами самого контура, в то время как  $q_m$  и  $\varphi_0$  зависят только от начальных условий.

Период свободных незатухающих колебаний определяется по формуле Томсона

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (3.4)$$

полученной в 1853 году.

Ток  $I$  можно найти, дифференцируя заряд  $q$  по времени:

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = q_m \omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.5)$$

Если учтем, что напряжение на конденсаторе находится в фазе с зарядом  $q$ , то приходим к выводу, что ток  $I$  опережает по фазе напряжение на конденсаторе на  $\pi/2$ . Следовательно, когда ток достигает наибольшего значения, заряд и напряжение обращаются в нуль, и наоборот. Этот же вывод следует и из энергетических соображений.

В случае свободных колебаний сумма энергий электрического и магнитного полей колебательного контура является полной энергией электромагнитных колебаний и остается постоянной, поэтому

$$\frac{CU^2}{2} = \frac{LI^2}{2}.$$

### 3.3. Свободные затухающие колебания

Реальный контур обладает неравным нулю активным сопротивлением. Энергия, запасенная в контуре, постепенно расходуется на нагревание, в результате чего колебания затухают. В этом случае решением уравнения колебательного контура является функция

$$q = q_m e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (3.6)$$

где  $q_m$  – амплитудное значение заряда на обкладках конденсатора;  $\beta = R/2L$  – **коэффициент затухания**. Затухающие колебания совершаются с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad (3.7)$$

меньшей собственной частоты контура  $\omega_0$ .

Функция  $q(t)$  в данном случае не является периодической, тем не менее  $T = 2\pi / \omega$  называют периодом затухающих колебаний.

Множитель  $q_m e^{-\beta t}$  называется амплитудой затухающих колебаний. С течением времени амплитуда уменьшается по экспоненциальному закону. При этом энергия затухающих колебаний, в начальный момент времени равная энергии электрического поля конденсатора, уменьшается, превращаясь в тепло на сопротивлении  $R$  и рассеиваясь.

Затухающие колебания характеризуются не только коэффициентом затухания  $\beta = R/2L$ , но и **логарифмическим декрементом затухания**

$$\lambda = \beta T. \quad (3.8)$$

Для характеристики колебательной системы также пользуются понятием **добротности**  $Q$ , которая при малых значениях логарифмического декремента затухания равна

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (3.10)$$

Можно показать, что при слабом затухании добротность контура пропорциональна отношению энергии, запасенной в контуре, к убыли энергии за один период колебаний.

При увеличении коэффициента затухания  $\beta$  период затухающих колебаний растет и при  $\beta = \omega_0$  становится бесконечно большим, т.е. движение перестает быть периодическим. В этом случае процесс не будет колебательным. Он называется апериодическим.

### 3.4. Волновые процессы

Если в каком-либо месте упругой среды возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью  $v$ . Процесс распространения колебаний в пространстве называется **волновым процессом**, или **волной**. При распространении волны частицы среды не вовлекаются в поступательное движение, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия. Поэтому перенос энергии при распространении волн происходит без переноса вещества.

В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению распространения волны различают **продольные** и **поперечные волны**. В продольной волне частицы колеблются вдоль направления распространения волны. В поперечной волне частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Упругие поперечные волны могут возникнуть лишь в среде, обладающей сопротивлением сдвигу. Поэтому в жидкой и газообразной средах возможно возникновение только продольных волн. В твердой среде возможно возникновение как продольных, так и поперечных волн.

Волна, распространяясь от источника колебаний, охватывает все новые и новые части пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени  $t$ , называется **волновым фронтом**. Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью. Волновые поверхности могут быть любой формы. В простейшем случае они представляют собой совокупность плоскостей, параллельных друг другу, или совокупность концентрических сфер. Соответственно, волна может быть плоской или сферической.

Расстояние  $\lambda$ , на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний частиц среды, называется **длиной волны**:

$$\lambda = vT. \quad (3.11)$$

Ее также можно определить как расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе. Поэтому скорость распространения волны  $v$  является скоростью распространения фазы и называется фазовой скоростью. С учетом  $T = 1/\nu$ , где  $\nu$  – частота колебаний,

$$v = \lambda\nu. \quad (3.12)$$

Для характеристики волн также используется волновое число  $k$ :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}. \quad (3.13)$$

Распространение волн в однородной изотропной среде в общем случае описывается **волновым уравнением** – дифференциальным уравнением в частных производных, имеющим вид

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (3.14)$$

Любая волна, в которой колеблется некоторая величина  $\xi$  (например, смещение частицы от положения равновесия), удовлетворяет этому уравнению. Более того, всякая функция  $\xi(x, y, z, t)$ , являющаяся решением этого уравнения, описывает некоторую волну, причем квадратный корень из величины, обратной коэффициенту при  $\partial^2 \xi / \partial t^2$ , дает фазовую скорость этой волны.

### 3.5. Электромагнитные волны

Переменные электрическое и магнитное поля взаимно связаны: одно порождает другое. Последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке, обладает периодичностью во времени и пространстве и, следовательно, представляет собой волну. Такие волны называются электромагнитными.

Существование электромагнитных волн является важнейшим следствием из уравнений Максвелла. При отсутствии токов и свободных зарядов уравнения Максвелла, описывающие напряженность

электрического поля  $\vec{E}$  и напряженность магнитного поля  $\vec{H}$ , могут быть сведены к виду

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \end{cases} \quad (3.15)$$

Эти уравнения неразрывно связаны друг с другом и представляют собой типичные волновые уравнения, доказывающие существование электромагнитных волн. Фазовая скорость электромагнитных волн определяется выражением

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \quad (3.16)$$

где  $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$  – скорость света, связанная с электрической  $\varepsilon_0$  и магнитной  $\mu_0$  постоянными;  $\varepsilon$  и  $\mu$  – электрическая и магнитная проницаемости среды. В вакууме (при  $\varepsilon = \mu = 1$ ) скорость электромагнитных волн  $v$  совпадает со скоростью света  $c$ .

Итак, электромагнитное поле, образованное в некоторой области пространства, не остается локализованным в этой области, а с определенной скоростью распространяется в окружающем пространстве в виде электромагнитных волн.

В электромагнитной волне колеблются векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ . Для примера рассмотрим плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся вдоль волновых уравнений и имеющую вид

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_m \cos(\omega t - kx + \alpha), \\ \vec{H} &= \vec{H}_m \cos(\omega t - kx + \alpha). \end{aligned} \quad (3.17)$$

Из уравнений следует, что колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят с одинаковой частотой  $\omega$  и одинаковой фазой  $\alpha$ , т.е. они колеблются синхронно. Амплитуды этих векторов связаны соотношением

$$E_m \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} = H_m \sqrt{\mu \mu_0}. \quad (3.18)$$

Векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  колеблются во взаимно перпендикулярных направлениях и перпендикулярны к направлению распространения волны (см. рис. 3.2), т.е. электромагнитные волны являются поперечными.

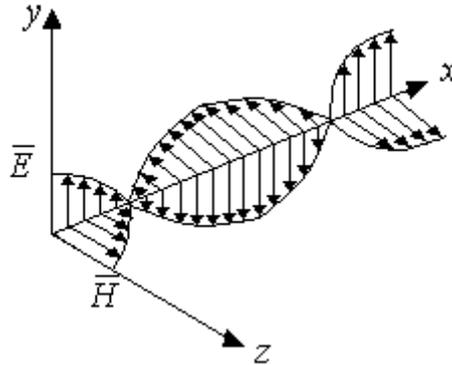


Рис. 3.2

В фиксированной точке пространства векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  изменяются со временем по гармоническому закону, но от точки к точке эти изменения происходят со сдвигом по фазе, определяемым расстоянием по оси  $x$ .

### 3.6. Энергия электромагнитных волн

Основным свойством всех волн является перенос энергии без переноса вещества. Поскольку в электромагнитной волне представлено два поля, в ней имеют место два вида энергии – электрическая и магнитная. Плотность энергии электромагнитного поля  $w$  складывается из двух частей:

$$w = w_E + w_H = \frac{1}{2}(\epsilon\epsilon_0 E^2 + \mu_0 \mu H^2). \quad (3.19)$$

Это соотношение может быть приведено к виду

$$w = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\epsilon \mu} E H = \frac{1}{v} E H. \quad (3.20)$$

Для характеристики течения энергии в разных точках пространства вводится векторная величина  $\vec{S}$ , называемая **вектором плотности потока энергии**. Модуль плотности потока энергии равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны:

$$S = wv = EH. \quad (3.21)$$

Направлен вектор  $\vec{S}$  в сторону распространения электромагнитной волны, т.е. в ту же сторону, что и вектор  $[\vec{E}\vec{H}]$ . Окончательно вектор

плотности потока электромагнитной энергии, называемый вектором Умова-Пойтинга, равен

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]. \quad (3.21)$$

Этот вектор так же, как и плотность энергии  $w$ , различен в разных точках пространства, а в данной точке изменяется со времени по закону квадрата синуса.

Отметим, что когда говорят об **интенсивности волны** в данной точке, то имеют в виду среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной.

Существование давления электромагнитных волн приводит к выводу о том, что электромагнитному полю присущ механический импульс  $p$ .

#### **Импульс электромагнитного поля**

$$p = \frac{W}{c}, \quad (3.22)$$

т.е. электромагнитная волна, несущая в себе энергию  $W$ , одновременно переносит импульс  $p$ .

#### **Контрольные вопросы**

1. Что такое колебательный контур?
2. Какие виды энергии преобразуются в процессе колебаний в контуре? Как они выражаются через параметры контура?
3. Что такое собственная частота контура?
4. Как записывается формула Томсона?
5. При каком условии колебания в контуре будут незатухающими? Что при этом можно сказать о полной энергии колебаний в контуре?
6. Что такое коэффициент затухания?
7. Какова циклическая частота затухающих колебаний?
8. Что происходит с энергией колебаний, если они являются затухающими?
9. Что такое добротность контура, логарифмический декремент затухания?
10. Какой процесс называется апериодическим? Когда он возникает?
11. Какой процесс называют волной? Как различаются продольные и поперечные волны?
12. Что такое фронт волны, длина волны, фазовая скорость?
13. Как происходит распространение электромагнитной волны?

14. Какие величины периодически изменяются в электромагнитной волне?
15. Что такое вектор Умова-Пойтинга?

## 4. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Исторически сложилось так, что для объяснения природы света до 19 века параллельно существовали и развивались две теории: корпускулярная и волновая. Этот факт обусловлен тем, что в природе существуют два принципиально разных способа передачи воздействия одного тела на другое. Один способ связан с переносом вещества (например, колокольчик звенит при попадании в него шарика), поэтому в корпускулярной теории (Ньютон) свет считался потоком частиц, идущих от источника во все стороны. Второй способ связан с изменением состояния среды без переноса вещества (например, колокольчик звенит при воздействии на шнур, привязанный к язычку). В этом случае энергия передается с помощью волны. Основное свойство всех волн, независимо от их природы, состоит в переносе ими энергии без переноса вещества. В волновой теории (Гюйгенс) свет считался потоком волн, распространяющихся в особой среде – эфире. Обе теории объясняли прямолинейное распространение света, законы отражения и преломления.

Во второй половине 19 века, когда были открыты явления дифракции и интерференции, а также Максвеллом была создана электромагнитная теория света, волновая теория одержала почти полную победу. Однако в начале 20 века выяснилось существование квантовых (корпускулярных) свойств света, причем оказалось, что при распространении свет ведет себя как волна, а при излучении и поглощении ведет себя подобно потоку частиц.

В настоящее время считается, что свет представляет собой единство противоположных видов движения – корпускулярного (квантового) и волнового (электромагнитного). Современные представления о **двойственной корпускулярно-волновой природе света** лежат в основе квантовой электродинамики, созданной в 30-х годах 20 века.

### 4.1. Световые волны

В волновой оптике **световые волны** рассматриваются как электромагнитные волны, занимающие определенный интервал на шкале электромагнитных волн. Согласно теории Максвелла, в электромагнитной

волне синхронно колеблются векторы  $\vec{E}$  (напряженность электрического поля) и  $\vec{H}$  (напряженность магнитного поля) (рис. 3.2).

Электромагнитные волны являются поперечными, т.е. векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  перпендикулярны направлению распространения волны и образуют с направлением распространения правовинтовую систему. Обычно рассматривают только колебания вектора напряженности электрического поля, поскольку опыт показывает, что физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие действия света вызываются колебаниями электрического (его также называют световым) вектора.

Непосредственно из уравнений Максвелла следует, что изменение светового вектора описывается уравнением волны

$$E = E_m \cos(\omega t - kr + \alpha) = E_m \cos\left[\omega\left(t - \frac{r}{v}\right) + \alpha\right], \quad (4.1)$$

где  $\omega$  и  $\alpha$  – частота и начальная фаза колебаний;  $r$  – расстояние вдоль направления распространения световой волны;  $k$  – волновое число (модуль волнового вектора), связанное с длиной волны  $\lambda$  и фазовой скоростью распространения волны  $v$  в данной среде соотношением

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (4.2)$$

В вакууме волна распространяется со скоростью света  $c$ , скорость распространения света в веществе  $v$  всегда меньше  $c$ . Отношение  $n = c/v$  характеризует оптические свойства вещества. По теории Максвелла  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ , т.е. оптические, диэлектрические и магнитные свойства вещества связаны между собой; здесь  $\epsilon$  и  $\mu$  – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества.

Длины волн  $\lambda_0$  видимого света в вакууме заключены в пределах

$$\text{от } \lambda_0 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м до } 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Левое число соответствует фиолетовой границе спектра, правое – красной. Промежуточные частоты соответствуют остальным цветам спектра: синему, голубому, зеленому, желтому, оранжевому. Большие и меньшие длины волн человеческий глаз не воспринимает. Наибольшая чувствительность глаза соответствует зеленому цвету ( $\lambda_0 = 5,5 \cdot 10^{-7}$  м).

В веществе длины световых волн будут иными, поскольку

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\nu} \frac{v}{c} = \lambda_0 \frac{v}{c} = \frac{\lambda_0}{n}, \quad (4.3)$$

здесь  $\nu$  – частота падающего света (одинаковая в вакууме и в веществе).

Действие света на вещество определяется интенсивностью света  $I$  – плотностью потока энергии, переносимой световой волной. Расчеты показывают, что  $I \sim nE_m^2$ , т.е. интенсивность света пропорциональна показателю преломления среды и квадрату амплитуды световой волны. Линии, вдоль которых распространяется световая энергия, называются лучами. В изотропных средах направление луча совпадает с нормалью к волновой поверхности, т.е. с направлением волнового вектора  $\vec{k}$ .

Изучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых его атомами. При этом каждая световая волна в силу своей поперечности имеет выделенное относительно луча направление, вдоль которого колеблется вектор  $\vec{E}$ . Тем не менее, асимметрия световых волн относительно луча обычно не обнаруживается, поскольку естественный свет составляют колебания, идущие от множества атомов и совершающиеся в самых различных направлениях, перпендикулярных лучу. Атом непрерывно излучать не может. Излучают только возбужденные атомы, причем продолжительность процесса излучения атомами имеет порядок  $10^{-8}$  с. За этот промежуток времени возбужденный атом, растратив свою избыточную энергию на излучение, возвращается в нормальное (невозбужденное) состояние, и излучение им света прекращается. Затем, спустя некоторый промежуток времени, атом может вновь возбудиться и начать излучать свет. Такое прерывистое излучение атомами света в виде отдельных кратковременных импульсов – **цугов волн** – характерно для любого источника света независимо от специфических особенностей тех процессов, которые происходят в источнике и вызывают возбуждение его атомов. Длина одного цуга составляет примерно 3 м. Одновременно излучают много атомов. Возбужденные ими цуги волн, налагаясь друг на друга, образуют испускаемую телом световую волну. Плоскость колебаний каждого цуга ориентирована случайным образом. Поэтому в результирующей волне колебания различных направлений, беспорядочно сменяя друг друга, представлены с равной вероятностью.

Если световая волна имеет одну строго постоянную частоту, она называется монохроматической. Естественные источники света дают немонахроматическое излучение, в котором присутствуют волны различных частот. Для получения монохроматического излучения естественный свет пропускают через светофильтры, задерживающие все падающие волны, кроме волн определенной частоты (определенного цвета).

## 4.2. Интерференция световых волн

Интерференция света наблюдается при сложении волн и заключается в перераспределении светового потока в пространстве. Рассмотрим две волны одинаковой частоты, которые, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления:

$$E_1 = E_{m1} \cos(\omega t + \alpha_1), \quad E_2 = E_{m2} \cos(\omega t + \alpha_2). \quad (4.4)$$

Расчет амплитуды и интенсивности результирующего колебания приводит к соотношениям

$$E_m^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2} \cos \delta,$$

$$\text{или } I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad (4.5)$$

где  $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$  – разность фаз колебаний.

Полученный результат всецело зависит от характера временной зависимости разности фаз. Если разность фаз  $\delta$  возбуждаемых волнами колебаний остается постоянной во времени, то волны называются **когерентными**.

В случае некогерентных волн  $\delta$  непрерывно изменяется, принимая с равной вероятностью любые значения, вследствие чего среднее по времени значение  $\cos \delta$  равно нулю. Поэтому для некогерентных волн

$$I = I_1 + I_2,$$

т.е. интенсивность, наблюдаемая при наложении когерентных волн, равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности. Такая картина наблюдается при включении двух независимых источников.

В случае когерентных волн  $\cos \delta$  имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение. Поэтому в тех точках пространства, для которых  $\cos \delta > 0$ ,  $I > I_1 + I_2$ , а в тех точках, для которых  $\cos \delta < 0$ ,  $I < I_1 + I_2$ . Таким образом, при наложении световых волн происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других минимумы интенсивности (т.е. темные и светлые участки при наблюдении в монохроматическом свете).

Естественные независимые источники света всегда являются некогерентными, поскольку излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых многими атомами. Отдельные атомы испускают цуги волн длительностью порядка  $10^{-8}$  с и протяженностью около трех метров. Фаза нового цуга никак не связана с фазой предыдущего. Более того, в испускаемой телом световой волне излучение одной группы атомов сменяется излучением другой группы, причем фаза результирующей волны претерпевает случайные изменения. Итак, для наблюдения интерференции в первую очередь необходимо получение когерентных волн.

### 4.3. Когерентность и ее осуществление

Когерентные волны можно получить, разделив (с помощью отверстий в экранах, отражений и преломлений) волну, излучаемую одним источником, на две части. Если заставить эти две волны пройти разные оптические пути, а потом наложить их друг на друга, наблюдается интерференция. Оптической длиной пути  $L$  называется произведение геометрической длины  $S$  пути световой волны в данной среде на абсолютный показатель преломления  $n$  этой среды:  $L = Sn$ . Разность оптических длин путей, проходимых интерферирующими волнами, не должна быть очень большой (менее 1 м), так как складываемые колебания должны принадлежать одному и тому же цугу волн. Если же наложатся колебания, принадлежащие разным цугам, разность фаз между ними будет непрерывно меняться хаотическим образом.

Принципиальная схема создания когерентных волн представлена на рис. 4.1.

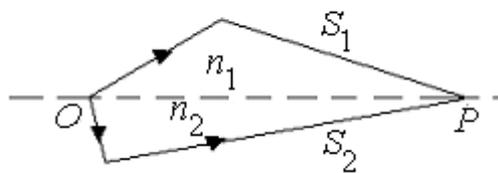


Рис. 4.1

После деления волны на две части (в точке  $O$ ) первая волна проходит в среде с показателем преломления  $n_1$  путь  $S_1$ , а вторая – в среде с  $n_2$  путь  $S_2$ . Если в точке  $O$  исходное колебание имело вид

$$E = E_m \cos \omega t ,$$

то в точке  $P$  будут складываться две волны, прошедшие разные оптические пути:

$$E_1 = E_{m1} \cos \omega \left( t - \frac{S_1}{v_1} \right), \quad E_2 = E_{m2} \cos \omega \left( t - \frac{S_2}{v_2} \right).$$

Разность фаз колебаний, возбужденных волнами в точке  $P$ , будет равна

$$\delta = \omega \left( \frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 S_2 - n_1 S_1) = \frac{2\pi\nu}{c} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

где  $\Delta$  – **оптическая разность хода**, равная

$$\Delta = n_2 S_2 - n_1 S_1 = L_2 - L_1. \quad (4.6)$$

Условие **интерференционного максимума** имеет вид

$$\cos \delta = 1, \quad \Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (4.7)$$

В этом случае разность фаз  $\delta$  оказывается кратной  $2\pi$ , и колебания, возбуждаемые в рассматриваемой точке обеими волнами, будут происходить с одинаковой фазой. В тех точках, где колебания складываются в противофазе:

$$\cos \delta = -1, \quad \Delta = \pm (m + 1/2) \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (4.8)$$

наблюдается **интерференционный минимум**.

Следует отметить, что условия максимума и минимума существенным образом зависят от длины световой волны. Это означает, что если в монохроматическом свете интерференционная картина представляет собой чередование темных и светлых полос, то в естественном свете полосы приобретут радужную окраску.

#### 4.4. Способы наблюдения интерференции света

Во всех приборах для наблюдения интерференции света (до появления лазеров) когерентные пучки получали разделением и последующим сведением световых лучей, исходящих из одного и того же источника, с помощью экранов и щелей, зеркал и преломляющих тел.

Первое наблюдение интерференции было осуществлено Т. Юнгом (1802 г.), который с помощью двух отверстий в непрозрачной ширме разделил

луч, создав тем самым два когерентных источника. Интерференционная картина наблюдалась на экране на некотором удалении от отверстий.

В методе зеркал Френеля пучок света от точечного источника разделяется на два пучка при помощи двух зеркал, поставленных друг к другу под углом, близким к  $180^\circ$ . На экране наблюдается интерференция двух когерентных волн, как бы исходящих из двух источников, которые являются мнимыми изображениями точечного источника.

Подобная интерференционная картина создается с помощью бипризмы Френеля, состоящей из двух одинаковых, сложенных основаниями призм с малыми преломляющими углами. Свет от точечного источника преломляется в обеих призмах, в результате чего за бипризмой распространяются световые лучи, как бы исходящие из двух мнимых когерентных источников. На поверхности экрана происходит наложение когерентных пучков и наблюдается интерференция.

Интерференция в тонких пленках возникает за счет сложения лучей, отраженных от двух поверхностей пленки (рис. 4.2) с показателем преломления  $n$ .

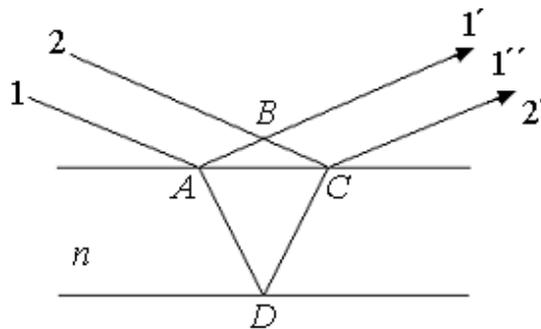


Рис. 4.2

Интерферируют два когерентных параллельных пучка света, из которых один образуется за счет отражения от верхней поверхности пленки ( $2'$ ), второй – вследствие отражения от нижней поверхности ( $1''$ ) (от поверхности раздела прозрачных сред отражается примерно 5 % падающего светового потока). В зависимости от оптической разности хода

$$\Delta = (AD + DC)n - BC$$

колебания обоих пучков усилят или ослабят друг друга. В природе интерференционная картина наблюдается при отражении света от тонких пленок (масляные пленки на воде, мыльные пузыри, оксидные пленки на металлах). Причудливое радужное окрашивание пленок происходит за счет их переменной толщины.

Интерференционная картина, называемая **кольцами Ньютона**, образуется при отражении света от воздушного зазора, образованного

плоскопараллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плоско-выпуклой линзой с большим радиусом кривизны. Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы и частично отражается от зазора между линзой и пластинкой. При наложении отраженных лучей возникают полосы равной толщины, при нормальном падении света имеющие вид концентрических окружностей.

#### 4.5. Некоторые примеры применения интерференции света

**Просветление оптики.** Объективы современных фотоаппаратов и кинопроекторов, перископы подводных лодок и другие оптические устройства состоят из большого числа оптических стекол – линз, призм и др. Проходя через такие устройства, свет отражается от многих поверхностей. Число отражающих поверхностей в современных объективах превышает 10, а в перископах подводных лодок доходит до 40. При нормальном падении света от поверхности отражается 5-9 % всей энергии. Поэтому сквозь прибор часто проходит всего 10-20 % поступающего в него света. В результате этого освещенность изображения получается малой. Кроме того, ухудшается качество изображения, так как часть светового пучка после многократного отражения от внутренних поверхностей все же проходит через оптический прибор, но рассеивается и уже не участвует в создании четкого изображения. С другой стороны, отражения от поверхностей линз приводят к возникновению бликов, что часто (например, в военной технике) демаскирует положение прибора.

Для устранения этих неприятных последствий отражения света от поверхностей линз надо уменьшить коэффициент отражения, т.е. осуществить просветление оптики. Для этого на поверхность линзы наносят тонкую пленку с показателем преломления  $n$ , меньшим показателя преломления стекла  $n_c$ . При отражении света от границ раздела «воздух-пленка» и «пленка-стекло» возникает интерференция когерентных лучей. При вертикальном падении оптическая разность хода указанных лучей равна  $\Delta = 2dn$ . При соблюдении условия минимума  $\Delta = \lambda/2$  эти волны ослабляют друг друга. Если амплитуды обеих отраженных волн одинаковы или очень близки друг другу, то гашение света будет полным (для этого берут  $n = \sqrt{n_c}$ ). Поскольку в интерференционные минимумы энергия почти не поступает, это означает, что весь свет проходит через объектив.

Так как на линзу при обычных условиях падает белый свет, а требуемая толщина пленки  $d = \lambda/4n$  зависит от длины волны, добиться одновременного гашения для всех длин волн невозможно. Толщину пленки подбирают так, чтобы полное гашение при нормальном падении имело

место для наиболее восприимчивой глазом длины волны  $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7}$  м (зеленый свет). Отражение света крайних участков спектра – красного и фиолетового ослабляется незначительно. Поэтому объектив с просветленной оптикой в отраженном свете имеет сиреневый оттенок.

**Проверка качества обработки поверхностей.** С помощью интерференции можно оценить качество обработки поверхности изделия с точностью до  $10^{-8}$  м. Для этого нужно создать тонкую клиновидную прослойку воздуха между поверхностью образца и очень гладкой эталонной пластиной. Тогда неровности поверхности до  $10^{-8}$  м вызовут заметные искривления интерференционных полос, образующихся при отражении света от проверяемой поверхности и нижней грани эталонной пластины.

Качество шлифовки тонких пластин и линз, а также близость последних к сферической форме могут быть проверены с помощью наблюдения формы колец Ньютона. Правильная форма их легко искажается при самых незначительных дефектах в обработке.

**Сверхточные измерения.** Явление интерференции применяется в очень точных измерительных приборах, называемых интерферометрами. Интерферометр Майкельсона применяется для точных измерений длины, проверки точности изготовления технических эталонов длины, для точных измерений коэффициентов линейного расширения и т.д.

Интерференционные рефрактометры позволяют определить незначительные изменения показателя преломления прозрачных тел (газообразных, жидких и твердых) в зависимости от давления, температуры, примесей и т.д.

Интерферометры также применяются для проверки качества изготовления оптических деталей, измерения углов, исследования быстропротекающих процессов, происходящих в воздухе, обтекающем летающие аппараты, и т.д. С помощью интерферометров также исследовалось распространение света в движущихся телах, что привело к фундаментальным изменениям представлений о пространстве и времени.

#### 4.6. Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. В частности, огибание препятствий световыми волнами – одно из проявлений дифракции света.

Явление дифракции объясняется с помощью принципа Гюйгенса, согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, является центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение

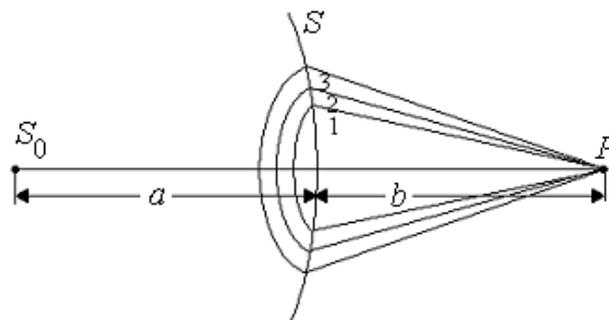
волнового фронта в последующие моменты времени. Принцип Гюйгенса позволяет рассчитать только направление распространения волнового фронта, но не затрагивает вопроса об амплитуде (интенсивности) волн, распространяющихся по разным направлениям. Френель существенно развил принцип Гюйгенса, дополнив его идеей интерференции когерентных вторичных волн.

Согласно **принципу Гюйгенса-Френеля**, световая волна, возбуждаемая некоторым источником, может быть представлена как результат интерференции когерентных вторичных волн, излучаемых фиктивными вторичными источниками. Такими источниками могут служить малые участки любой замкнутой поверхности, охватывающей рассматриваемый источник. Обычно в качестве этой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, в этом случае все вторичные источники колеблются в одной фазе. Кроме того, Френель считал, что мощности вторичного излучения равных по площади участков волновой поверхности одинаковы и что в направлении внешней нормали интенсивность излучения выше, чем под углом к ней. Френель также исключил возможность возникновения обратных вторичных волн и предположил, что при наличии непрозрачных экранов вторичные волны излучаются только открытыми участками рассматриваемой поверхности.

Принцип Гюйгенса-Френеля позволяет в каждом конкретном случае рассчитать излучаемую дифракционную картину. В общем случае расчеты являются весьма громоздкими. Однако Френель показал, что в случаях, отличающихся симметрией, нахождение амплитуды результирующего колебания может быть осуществлено простым алгебраическим суммированием.

#### 4.7. Метод зон Френеля

Рассмотрим взаимную интерференцию когерентных вторичных волн, распространяющихся от точечного источника  $S_0$  (рис. 4.3).



$$1 - b + \frac{\lambda}{2}; 2 - b + \frac{2\lambda}{2}; 3 - b + \frac{3\lambda}{2}$$

Рис. 4.3

Амплитуда световых колебаний на экране в точке  $P$  зависит от результата интерференции вторичных волн, излучаемых всеми участками произвольной поверхности  $S$ . Непосредственное решение этой задачи достаточно сложно, так как амплитуды и начальные фазы вторичных волн зависят от расположения излучающих участков по отношению к точке  $P$ . Поэтому Френель предложил оригинальный метод разбиения волновой поверхности  $S$  на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до точки  $P$  отличались на  $\lambda/2$  ( $\lambda$  – длина волны в той среде, в которой распространяется волна). При подобном разбиении фронта волны на кольцевые зоны расстояние  $b_m$  от внешнего края  $m$ -той зоны до точки  $P$  равно

$$b_m = b + \frac{m\lambda}{2}.$$

Колебания от соседних зон проходят до точки  $P$  расстояния, отличающиеся на  $\lambda/2$ , поэтому в точку  $P$  они приходят в противоположной фазе. При наложении эти колебания будут взаимно ослаблять друг друга. Амплитуда результирующего светового колебания в точке  $P$  равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots,$$

где  $A_1, A_2, \dots$  – амплитуды колебаний, возбуждаемых отдельными зонами.

Несложный расчет показывает, что площади зон Френеля при не слишком больших  $m$  примерно одинаковы. Амплитуда колебаний, приходящих от каждой зоны, пропорциональна не только площади зоны, она зависит от угла между нормалью к поверхности зоны и направлением на точку  $P$  (действие периферических зон слабее действия центральных). Все это приводит к тому, что амплитуда  $A_m$  колебания от  $m$ -той зоны монотонно убывает с ростом  $m$ , т.е. амплитуды образуют монотонно убывающую последовательность.

Вследствие монотонного убывания  $A_m$  можно приближенно считать, что

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$

Выражение для амплитуды результирующего колебания может быть представлено в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

Поскольку выражения в скобках равны нулю, то

$$A = \frac{A_1}{2}.$$

Таким образом, амплитуда, создаваемая в некоторой точке  $P$  всей сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной. Радиус первой зоны достаточно мал, а значит, распространение света от источника происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала, т.е. прямолинейно.

#### 4.8. Дифракция на круглом отверстии и диске

**Дифракция на круглом отверстии.** Предположим, что на пути сферической световой волны поставлен непрозрачный экран с вырезанным в нем круглым отверстием радиусом  $r_0$ . Этот экран оставит открытыми первые  $m$  зон Френеля (рис. 4.3), построенных для точки  $P$ . Число открытых зон Френеля может быть найдено из соотношения

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right).$$

Оно определяется радиусом отверстия и местоположением экрана (точки  $P$ ) и зависит от длины излучаемой волны. Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, открываемых отверстием, поскольку амплитуда результирующего колебания равна

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2},$$

где знак «+» соответствует нечетным  $m$ , «-» – четным  $m$ .

Если небольшое отверстие ( $m$  невелико) открывает нечетное число зон Френеля, амплитуда в точке  $P$  будет вдвое больше, а интенсивность вчетверо больше, чем в отсутствие непрозрачного экрана с отверстием. При открытом четном числе зон Френеля амплитуда и интенсивность

практически равны нулю. Вблизи точки  $P$  дифракционная картина от небольшого круглого отверстия будет иметь вид чередующихся темных и светлых колец с центром в точке  $P$ . Если  $m$  – четное, то в центре будет темное кольцо, если  $m$  – нечетное, то светлое кольцо.

При большом числе открытых зон Френеля никакой дифракционной картины почти не наблюдается, поскольку  $A_m \ll A_1$ , а значит, результирующая амплитуда  $A = A_1 / 2$ , т.е. такая же, как при полностью открытом волновом фронте. Чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в очень узкой области на границе геометрической тени. Внутри этой области освещенность оказывается практически постоянной.

Если отверстие освещается белым светом, кольца имеют радужную окраску, так как число зон Френеля, укладывающихся в отверстии, зависит от длины волны света.

**Зонная пластинка.** Колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга. Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все четные или нечетные зоны, то интенсивность света в точке  $P$  резко возрастет. Такая пластинка, называемая зонной, действует подобно собирающей линзе. Еще большего эффекта можно достичь, не перекрывая четные (или нечетные) зоны, а изменяя фазу их колебания на  $\pi$ . Это можно осуществить с помощью прозрачной пластинки, толщина которой в местах, соответствующих четным или нечетным зонам, отличается на надлежащим образом подобранную величину. Такая пластинка называется фазовой зонной пластинкой. По сравнению с не перекрывающей зоны амплитудной зонной пластинкой фазовая дает дополнительное увеличение амплитуды в два раза, а интенсивности света – в четыре раза.

**Дифракция на круглом диске.** Поместим между источником света и точкой  $P$  непрозрачный круглый диск радиусом  $r_0$ , закрывающий первые  $m$  зон Френеля (рис. 4.4). Результирующая амплитуда в точке  $P$  в этом случае равна

$$A = \frac{A_{m+1}}{2},$$

а значит, на экране за диском всегда наблюдается интерференционный максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля. Вблизи точки  $P$  интерференционная картина имеет вид чередующихся светлых и темных концентрических колец.

С увеличением радиуса диска (увеличением  $m$ )  $A_{m+1}$  уменьшается, поэтому интенсивность центрального максимума ослабевает при

увеличении размеров диска. Если диск закрывает много зон Френеля, чередование светлых и темных колец наблюдается только в узкой области на границе геометрической тени. Поскольку в этом случае  $A_{m+1} \ll A_1$ , светлое пятно в центре отсутствует и освещенность в области геометрической тени практически всюду равна нулю.

#### 4.9. Естественный и поляризованный свет

С точки зрения электромагнитной теории свет представляет собой поперечную электромагнитную волну. Векторы напряженности электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{H}$  полей колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях, перпендикулярных направлению распространения световой волны.

Каждый атом испускает свет, в котором световой вектор  $\vec{E}$  колеблется в какой-то одной плоскости (рис. 4.4а). Такой свет называют **плоско-поляризованным**. Любой источник света представляет собой совокупность большого числа независимых излучателей (атомов), поэтому колебания вектора  $\vec{E}$  в пучке света, идущего от источника, происходят во всевозможных плоскостях (рис. 4.4б). Такой свет называется естественным.

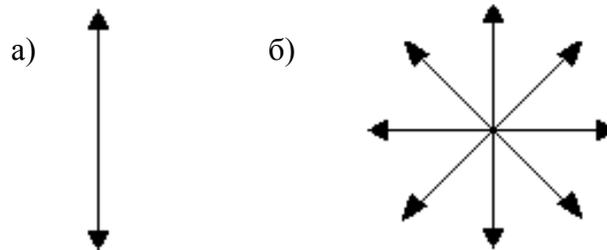


Рис. 4.4

Свет, в котором направления колебаний светового вектора каким-то образом упорядочены, называется поляризованным.

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых **поляризаторами**. Эти приборы свободно пропускают колебания, параллельные плоскости, которая называется плоскостью поляризатора, и полностью задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости (рис. 4.5).

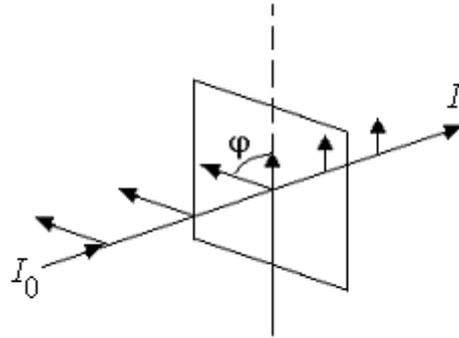


Рис. 4.5

В качестве поляризаторов могут быть использованы природные кристаллы, обладающие анизотропией по отношению к световому вектору, например, кристаллы турмалина или сернокислого йод-хинина. В них одна из составляющих светового вектора поглощается на очень небольшой длине, а для другой составляющей кристалл прозрачен.

У любого колебания, совершающегося в плоскости, расположенной под углом  $\varphi$  к плоскости поляризатора, через поляризатор пройдет только часть  $E_{\parallel} = E \cos \varphi$ . Поэтому интенсивности волн на входе  $I_0$  и на выходе  $I$  связаны между собой соотношением

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (4.9)$$

которое носит название закона Малюса. Следует отметить, что это соотношение справедливо, если на поляризатор падает плоскополяризованный свет. Его можно создать из естественного, поставив еще один поляризатор перед рассматриваемым. Поскольку в естественном свете все направления светового вектора равновероятны ( $\varphi$  равновероятны), доля прошедшего через него света будет пропорциональна среднему значению  $\cos^2 \varphi$ , равному  $1/2$ . Итак, при получении плоскополяризованного света из естественного  $I_{\text{ест}}$  его интенсивность уменьшается ровно в два раза, поэтому интенсивность света, прошедшего через два поляризатора, равна

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \varphi. \quad (4.10)$$

Максимальная интенсивность получается при  $\varphi = 0$  (поляризаторы параллельны), наоборот, скрещенные поляризаторы ( $\varphi = \pi/2$ ) света не пропускают.

В некоторых случаях, например, при прохождении через несовершенный поляризатор, в световой волне колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений. Такой свет называется **частично поляризованным**. Его можно рассматривать как смесь естественного и плоскополяризованного. Если пропустить частично поляризованный свет через поляризатор, то при его вращении вокруг направления луча интенсивность прошедшего света будет изменяться в пределах от  $I_{\max}$  до  $I_{\min}$ , причем переход от одного из этих значений к другому будет совершаться при повороте на угол  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ . **Степенью поляризации** называют выражение

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (4.11)$$

Для плоскополяризованного света  $I_{\min} = 0$  и  $P = 1$ , для естественного света  $I_{\max} = I_{\min}$  и  $P = 0$ .

#### 4.10. Поляризация при отражении и преломлении

При падении естественного света на границу раздела двух диэлектриков часть его отражается, а часть преломляется и распространяется во второй среде. Исследования показывают, что отраженный и преломленный лучи поляризованы (рис. 4.6).

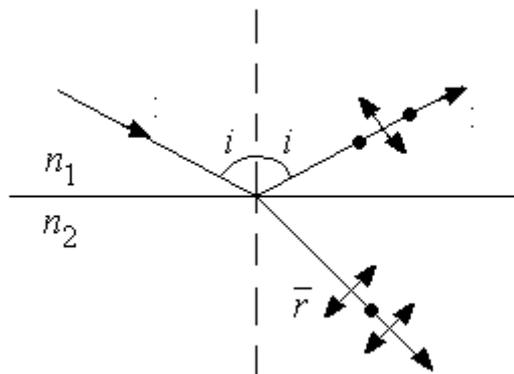


Рис. 4.6

В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения ( $\bullet$ ), в преломленном – колебания, совершающиеся в плоскости падения ( $\leftrightarrow$ ). Степень поляризации зависит от угла падения. При угле падения, удовлетворяющем условию

$$\operatorname{tg} i_{\text{Br}} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (4.12)$$

отраженный луч полностью поляризован, он содержит только колебания, перпендикулярные к плоскости падения. Соотношение носит название закона Брюстера. Угол  $i_{\text{Br}}$  называют углом Брюстера, или **углом полной поляризации**. Для стекла  $i_{\text{Br}} \sim 57^\circ$ .

Сравнивая это соотношение с законом преломления света

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (4.13)$$

для угла Брюстера имеем соотношение

$$r_{\text{Br}} + i_{\text{Br}} = \frac{\pi}{2}, \quad (4.14)$$

т.е. отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.

В естественном падающем луче интенсивность колебаний различных направлений одинакова. Энергия этих колебаний распределяется между отраженной и преломленной волнами. Поэтому если в отраженном луче будет больше интенсивность колебаний одного направления, то в силу закона сохранения энергии в преломленном луче должна быть большей интенсивность колебаний другого направления. Отсюда следует, что преломленный луч будет поляризован только частично.

Степень поляризации преломленного луча при угле Брюстера достигает наибольшего значения, однако этот луч остается поляризованным только частично.

#### 4.11. Двойное лучепреломление

При прохождении света через все прозрачные кристаллы, за исключением принадлежащих к кубической системе, наблюдается явление, заключающееся в том, что упавший на кристалл луч разделяется внутри кристалла на два луча, распространяющихся с разными скоростями и в различных направлениях. Это явление, получившее название **двойного лучепреломления**, впервые наблюдал в 1669 г. Бартоломини в исландском шпате (разновидность углекислого кальция  $\text{CaCO}_3$  с кристаллами гексагональной системы). В одноосных кристаллах, к которым принадлежит исландский шпат, один из лучей удовлетворяет обычному закону преломления и лежит в одной плоскости с падающим лучом и

нормалью. Этот луч называется обыкновенным (обозначается буквой «о»). Его показатель преломления не зависит от направления распространения луча.

Показатель преломления необыкновенного луча ( $e$ ) зависит от направления распространения луча, т.е. он не подчиняется закону преломления. Даже при нормальном падении необыкновенный луч отклоняется от первоначального направления. Кроме того, необыкновенный луч не лежит, как правило, в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности.

В одноосных кристаллах существует одно определенное направление, называемое оптической осью кристалла, вдоль которого оба преломленных луча распространяются не разделяясь и с одинаковой скоростью. К одноосным кристаллам относятся исландский шпат, турмалин, кварц. Существуют также двуосные кристаллы (слюда, гипс), имеющие два направления, в которых свет не разделяется на два луча. В таких кристаллах оба луча необыкновенные – показатели преломления для них зависят от направления в кристалле.

Исследование обыкновенного и необыкновенного лучей показывает, что оба луча полностью плоскополяризованы во взаимно перпендикулярных направлениях (рис. 4.7).

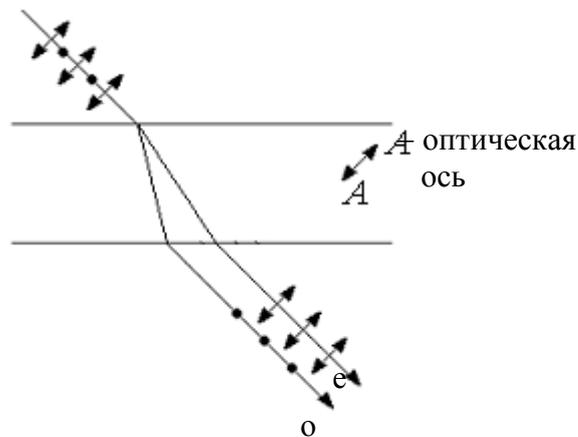


Рис. 4.7

Плоскость колебаний светового вектора обыкновенного луча перпендикулярна главному сечению (т.е. плоскости, проходящей через луч и оптическую ось  $AA$  кристалла), а у необыкновенного луча совпадает с главным сечением.

На выходе из кристалла оба луча отличаются друг от друга только направлением поляризации, так что названия луча «обыкновенный» и «необыкновенный» имеют смысл только внутри кристалла.

Неодинаковое преломление обыкновенного и необыкновенного лучей указывает на различие для них показателей преломления, а значит, на различие скоростей распространения в кристалле. При любом направлении обыкновенного луча (рис. 4.7) колебания светового вектора перпендикулярны оптической оси  $AA$  кристалла, поэтому обыкновенный луч распространяется по всем направлениям с одинаковой скоростью и для него показатель преломления постоянен. Для необыкновенного луча угол между направлением колебаний светового вектора и оптической осью отличается от прямого и зависит от направления луча, поэтому необыкновенные лучи распространяются по различным направлениям с разными скоростями. Следовательно, показатель преломления необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча. Таким образом, обыкновенный луч подчиняется закону преломления, а для необыкновенного луча этот закон не выполняется.

В ряде кристаллов наблюдается не только разделение падающего луча на обыкновенный и необыкновенный лучи, но и их различное поглощение при распространении по кристаллу. Это явление называется **дихроизмом**. Весьма сильным дихроизмом в видимых лучах обладает кристалл турмалина. В нем обыкновенный луч практически полностью поглощается на длине 1 мм. Поэтому свет, прошедший сквозь пластинку турмалина, оказывается линейно поляризованным. Еще более ярко выраженным дихроизмом обладают кристаллы герпатита (сернокислого йод-хинина), которые при толщине в 0,1 мм практически полностью поглощают один из лучей. Размеры кристаллов герпатита малы. Поэтому для получения поляризатора с большой площадью поверхности применяют целлулоидные пленки, в которые введено большое число одинаково ориентированных кристалликов герпатита. Такие пленки получили название поляроидов.

### Контрольные вопросы

1. Что такое электромагнитная волна? Какие величины периодически изменяются в бегущей электромагнитной волне? Какова скорость ее распространения?
2. В каких пределах изменяется длина волны видимого света в вакууме? К какому цвету наиболее чувствителен человеческий глаз?
3. В чем заключается явление интерференции света? Почему для наблюдения этого явления необходимы когерентные источники света?
4. Какой вид имеют условия интерференционного максимума и минимума?
5. Почему при отражении света от тонких пленок может наблюдаться интерференционная картина?
6. Как может быть использовано явление интерференции света?

7. Что называется дифракцией света?
8. Как формулируется принцип Гюйгенса-Френеля?
9. В чем заключается метод зон Френеля?
10. Что наблюдается в результате дифракции на круглом отверстии?  
круглом диске?
11. Что такое поляризованный свет и чем он отличается от естественного?
12. Чему равна интенсивность естественного и поляризованного света, прошедшего через один поляризатор? два поляризатора?
13. Что происходит при падении света на границу раздела двух диэлектриков?
14. В чем заключается явление двойного лучепреломления?
15. Что такое дихроизм и как используется это явление для получения поляризаторов?

## 5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ВЕЩЕСТВОМ

### 5.1. Дисперсия света

**Дисперсией света** называются явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества от длины световой волны (частоты падающего света). Эту зависимость характеризуют функцией

$$n = n(\lambda_0), \quad \text{или} \quad n = n(\nu),$$

где  $\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме. Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму. Первые экспериментальные наблюдения дисперсии света принадлежат И. Ньютону (1672 г.). Он первый открыл тот факт, что показатель преломления прозрачных веществ не зависит от угла падения светового пучка, но зависит от его цвета, т.е. от длины волны. При прохождении через призму наиболее сильно преломляются фиолетовые лучи, меньше других – красные. Следовательно, показатель преломления  $n$  для фиолетовых лучей больше, чем для красных. Графики зависимости  $n(\lambda_0)$  и  $n(\nu)$  изображены на рис. 5.1.

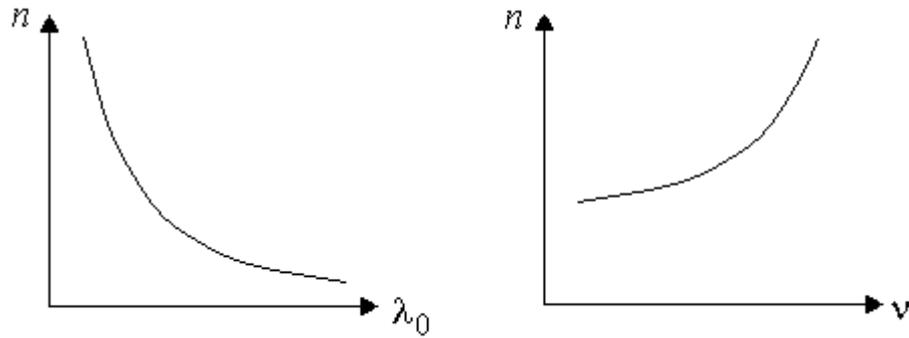


Рис. 5.1

Такой вид зависимости показателя преломления характерен для всех прозрачных бесцветных веществ.

В качестве количественной характеристики этого явления берется величина

$$D = \frac{dn}{d\lambda_0}, \quad (5.1)$$

называемая **дисперсией вещества**. Она показывает, как быстро изменяется показатель преломления с изменением длины световой волны. Зависимость, изображенная на рис. 5.1, характеризуется отрицательной дисперсией, т.е.

$$\frac{dn}{d\lambda_0} < 0. \quad (5.2)$$

Такую дисперсию света в среде называют **нормальной**. Нормальная дисперсия наблюдается в тех областях, для которых среда прозрачна.

Аномальная дисперсия, для которой

$$\frac{dn}{d\lambda_0} > 0, \quad (5.3)$$

наблюдается в областях частот, соответствующих полосам интенсивного поглощения света веществом.

## 5.2. Электронная теория дисперсии света

Для объяснения дисперсии света нужно рассмотреть процесс взаимодействия света с веществом. Следует отметить, что движение электронов в атоме подчиняется законам квантовой механики. Однако, как показал Лоренц, дисперсию света можно рассматривать как результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами,

входящими в состав вещества (электронами) и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны. Его можно учесть, рассматривая зависимость показателя преломления  $n$  вещества от частоты  $\omega$  падающего света. Из электромагнитной теории Максвелла следует, что

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon\mu}, \quad (5.4)$$

где  $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды;  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость. В оптической области спектра для всех веществ  $\mu \approx 1$ , поэтому

$$n = \sqrt{\varepsilon(\omega)}, \quad n^2 = \varepsilon(\omega) = 1 + \varkappa(\omega),$$

где  $\varkappa(\omega)$  – диэлектрическая восприимчивость среды.

Итак, дисперсия света является следствием зависимости  $\varepsilon$  и  $\varkappa$  от частоты  $\omega$  световых волн. Под действием электрической составляющей  $E(\omega, t) = E_0 \cos \omega t$  поля волны внешние (так называемые оптические) электроны совершают вынужденные колебания, что приводит к появлению индуцированного дипольного момента  $p$  у атома, а значит, и к появлению поляризованности  $P = n_0 p$  в образце ( $n_0$  – число атомов в единице объема диэлектрика). Диэлектрическая восприимчивость  $\varkappa$  является коэффициентом пропорциональности между поляризацией  $P(\omega, t)$ , возникающей в результате воздействия электрического поля  $E(\omega, t)$ , и приложенным полем  $E(\omega, t)$ :

$$\varkappa = \frac{P(\omega, t)}{\varepsilon_0 E(\omega, t)}. \quad (5.5)$$

Здесь  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная.

Индуцированный дипольный момент атома равен  $p = -er(\omega, t)$ , где  $e$  – заряд электрона;  $r(\omega, t)$  – смещение электрона под действием электрического поля световой волны, поэтому

$$n^2 = 1 - \frac{n_0 er(\omega, t)}{\varepsilon_0 E(\omega, t)}.$$

Задача свелась к нахождению явного вида зависимости смещения  $r(\omega, t)$  оптического электрона под действием световой волны  $E(\omega, t)$ . Для ее решения необходимо рассмотреть уравнение вынужденных колебаний

электрона в поле световой волны. Путем несложных расчетов можно показать, что

$$r(\omega, t) = -\frac{eE(\omega, t)}{m(\omega_0^2 - \omega^2)},$$

где  $\omega_0$  – собственная частота колебаний электрона;  $m$  – его масса.

Используя полученное соотношение для  $n^2$ , получаем

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (5.6)$$

По мере увеличения  $\omega$  от 0 до  $\omega_0$  абсолютный показатель преломления среды монотонно возрастает от величины статического показателя преломления  $n(0)$  при  $\omega = 0$  до  $+\infty$  (рис. 5.2, сплошная линия).

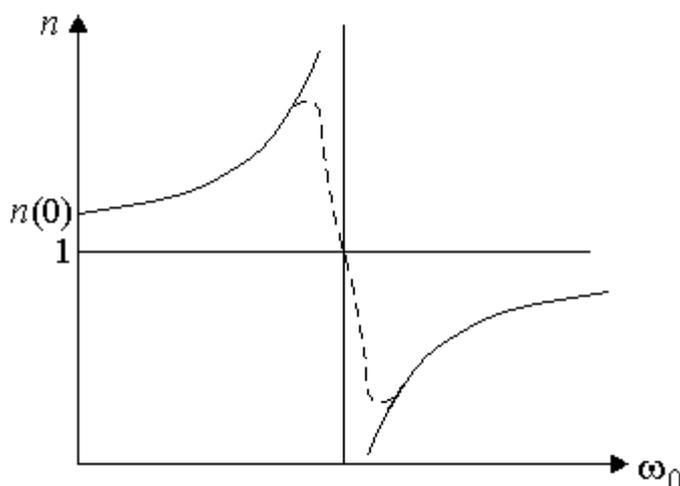


Рис. 5.2

При  $\omega = \omega_0$  значение  $n$  скачкообразно изменяется от  $+\infty$  до  $-\infty$ , а по мере дальнейшего увеличения  $\omega$  вновь монотонно возрастает до единицы.

Если принять в расчет наличие сил сопротивления, то график функции  $n(\omega)$  вблизи  $\omega_0$  перестает иметь разрыв (рис. 5.2, пунктирная линия). В этой области  $n$  убывает с возрастанием  $\omega$ , т.е. это область аномальной дисперсии, характеризуемая сильным поглощением волны. На остальных участках  $n$  возрастает с ростом  $\omega$ , т.е. это область нормальной дисперсии.

Обычно у вещества бывает несколько собственных частот свободных колебаний оптических электронов. Все они должны быть учтены в выражении для показателя преломления  $n(\omega)$ , что приводит к появлению нескольких областей аномальной и нормальной дисперсии.

### 5.3. Поглощение и рассеяние света

**Поглощение света** обусловлено тем, что при прохождении световой волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний электронов. Частично эта энергия вновь возвращается излучению в виде вторичных волн, порождаемых электронами, частично переходит в энергию движения атомов, т.е. во внутреннюю энергию вещества. Поэтому интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается – свет поглощается в веществе.

Опыт показывает, что интенсивность света при прохождении через вещество убывает по экспоненциальному закону

$$I = I_0 e^{-\alpha l}, \quad (5.7)$$

где  $I_0$  и  $I$  – интенсивности света на входе и выходе из поглощающего вещества толщиной  $l$ ;  $\alpha$  – коэффициент поглощения, зависящий только от длины волны света, химической природы и состояния вещества.

Одноатомные газы и пары металлов по причине почти полного отсутствия взаимодействия атомов друг с другом обладают близким к нулю коэффициентом поглощения, и лишь для очень узких спектральных областей ( $\lambda \sim 10^{-11}$  м) наблюдаются резкие максимумы (**линейчатый спектр поглощения**). Эти линии соответствуют частотам собственных колебаний электронов в атомах. Спектр поглощения молекул, определяемый колебаниями атомов в молекулах, характеризуется **полосами поглощения** ( $\lambda \sim 10^{-8}$  м).

Жидкие и твердые диэлектрики имеют **сплошные спектры поглощения**, состоящие из сравнительно широких полос поглощения, в пределах которых коэффициент поглощения изменяется плавно. За пределами этих полос  $\alpha = 0$ , т.е. диэлектрики прозрачны.

Металлы практически непрозрачны для света. Это обусловлено наличием в металлах свободных электронов. Под действием электрического поля световой волны свободные электроны приходят в движение. В металле возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением тепла. В результате энергия световой волны быстро убывает, превращаясь во внутреннюю энергию металла.

Процесс **рассеяния света**, с классической точки зрения, заключается в том, что свет, проходящий через вещество, вызывает колебания электронов в атомах. Колеблющиеся электроны возбуждают вторичные волны, распространяющиеся по всем направлениям. Поскольку вторичные волны являются когерентными, необходимо учесть их взаимную

интерференцию. Расчеты показывают, что в случае однородной среды вторичные волны полностью гасят друг друга во всех направлениях, кроме направления распространения первичной волны. Поэтому перераспределение света по направлениям, т.е. рассеяние света, не происходит.

Вторичные волны не погашают друг друга в боковых направлениях только при распространении света при наличии неоднородностей среды. В этом случае дифракционная картина характеризуется довольно равномерным распределением интенсивности по всем направлениям. Такую дифракцию на мелких неоднородностях называют рассеянием света в мутных средах.

В результате рассеяния света интенсивность в направлении распространения убывает быстрее, чем в случае одного лишь поглощения. Поэтому в выражении

$$I = I_0 e^{-(\alpha + \alpha')l} \quad (5.8)$$

наряду с коэффициентом поглощения  $\alpha$  должен стоять добавочный коэффициент  $\alpha'$ , обусловленный рассеянием.

Интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна квадрату длины световой волны, а при рассеянии на малых неоднородностях ( $\sim 0,1\lambda$ ) обратно пропорциональна  $\lambda^4$ .

Рассеяние света в чистых средах, обусловленное флуктуациями плотности, анизотропии или концентрации, называется молекулярным рассеянием. Молекулярным рассеянием объясняется голубой цвет неба. Голубые и синие лучи, имеющие меньшую длину волны, рассеиваются сильнее, чем желтые и красные, обуславливая голубой цвет неба. По этой же причине свет, прошедший через значительную толщю атмосферы, оказывается обогащенным более длинноволновой частью спектра, и поэтому при закате и восходе солнечный свет имеет красный цвет. Флуктуации плотности и интенсивность рассеяния света возрастают с увеличением температуры. Поэтому в ясный летний день цвет неба является более насыщенным по сравнению с таким же зимним днем.

#### 5.4. Тепловое излучение и его характеристики

Тела, нагретые до достаточно высокой температуры, приобретают способность светиться. Свечение тел, обусловленное нагреванием, называется тепловым излучением. **Тепловое излучение** – это электромагнитное излучение, которое совершается за счет энергии

теплового движения атомов и молекул вещества (т.е. за счет его внутренней энергии) и свойственно всем телам при температуре выше абсолютного нуля. Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, интенсивность и положение максимума которого зависят от температуры (а также от химической природы и агрегатного состояния) светящегося тела. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких – преимущественно длинные (инфракрасные).

Из всех видов излучения только тепловое излучение может быть равновесным. Это означает, что система тел, ограниченная идеально отражающей оболочкой, придет в состояние теплового равновесия. При этом убыль энергии тела из-за его собственного излучения компенсируется энергией, полученной от окружающих тел. Способность теплового излучения находиться в равновесии с излучающими телами обусловлена тем, что его интенсивность возрастает с повышением температуры и уменьшается с ее понижением. Нарушение равновесия в системе тел – излучение (например, увеличение температуры одного из тел) тут же приводит к появлению компенсирующих это нарушение процессов (большее излучение и, как следствие, охлаждение тела).

Вследствие того, что тепловое излучение является равновесным, оно должно подчиниться некоторым общим закономерностям, вытекающим из принципов термодинамики.

Интенсивность теплового излучения характеризуют **энергетической светимостью тела**  $R(T)$  – энергией электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени с единицы площади поверхности тела. Она является функцией температуры и измеряется в Дж/(м<sup>2</sup>·с).

Светимость тела в узком интервале частот  $d\omega$ , называемая дифференциальной светимостью  $dR(\omega, T)$ , определяется соотношением

$$dR(\omega, T) = r(\omega, T)d\omega. \quad (5.9)$$

Величина  $r(\omega, T)$  называется **спектральной испускательной способностью тела**; она зависит от температуры тела и измеряется в Дж/м<sup>2</sup>.

Энергетическая светимость связана с испускательной способностью

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\omega, T)d\omega. \quad (5.10)$$

В правой части просуммирована энергия излучения всевозможных частот, испускаемая с единицы поверхности тела за единицу времени.

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется **спектральной поглотательной способностью**  $a(\omega, T)$ . Эта величина показывает, какая доля энергии монохроматического тела поглощается данным телом. Спектральная поглотательная способность – величина безразмерная. Она зависит от природы тела и является функцией частоты и температуры. По определению,

$$a(\omega, T) \leq 1.$$

### 5.5. Закон Кирхгофа. Абсолютно черное тело

Между испускательной и поглотательной способностями любого тела имеется связь, установленная Кирхгофом в 1859 г. Он анализировал условия равновесного излучения в изолированной системе тел и пришел к выводу, что тела, испускающие больше энергии, должны больше энергии поглощать, и наоборот. Закон Кирхгофа формулируется следующим образом: отношение спектральной испускательной и спектральной поглотательной способностей не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты и температуры:

$$\frac{r(\omega, T)}{a(\omega, T)} = f(\omega, T). \quad (5.11)$$

Величины  $r(\omega, T)$  и  $a(\omega, T)$  могут меняться чрезвычайно сильно при переходе от одного тела к другому. Однако их отношение оказывается одинаковым для всех тел.

Тело, которое полностью поглощает излучение любой частоты при любой температуре, называется абсолютно черным. Его спектральная поглотательная способность тождественно равна единице ( $a(\omega, T) \equiv 1$ ) во всем интервале частот. Из закона Кирхгофа следует, что универсальная функция Кирхгофа  $f(\omega, T)$  есть не что иное, как испускательная способность абсолютно черного тела. Все абсолютно черные тела при одинаковой температуре обладают одним и тем же распределением излучаемой энергии по частотам. Светимость всех абсолютно черных тел одинаково меняется с температурой.

Абсолютно черных тел в природе не существует. Сажа или платиновая чернь лишь в ограниченном интервале частот близки по своим свойствам к абсолютно черному телу. Идеальной моделью абсолютно черного тела является замкнутая полость с небольшим отверстием. Луч света, попавший внутрь такой полости, претерпевает многократное

отражение от стенок, в результате чего интенсивность вышедшего излучения оказывается практически равной нулю.

Это устройство также может быть использовано для экспериментального изучения универсальной функции Кирхгофа  $f(\omega, T)$ . При нагревании полость начнет излучать свет, аналогичный по своему частотному составу и распределению энергии в абсолютно черном теле, а значит, испускательная способность устройства близка к  $f(\omega, T)$ , причем  $T$  – температура стенок полости.

Экспериментально найденный вид зависимости  $f(\omega, T)$  для разных температур представлен на рис. 5.3.

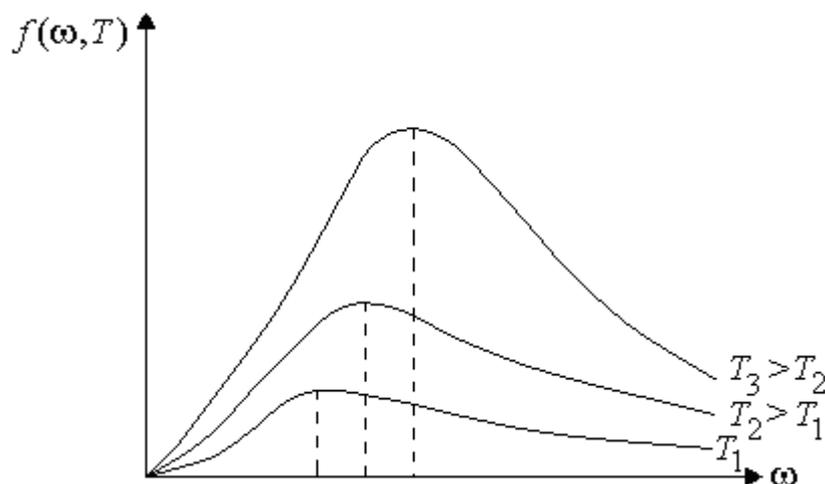


Рис. 5.3

Из рисунка видно, что энергетическая светимость, пропорциональная площади, охватываемой кривой, сильно возрастает с температурой. Максимум испускательной способности с увеличением температуры сдвигается в сторону более коротких волн.

### 5.6. Законы теплового излучения абсолютно черного тела

С установлением закона Кирхгофа стало очевидным, что спектральная испускательная способность абсолютно черного тела является универсальной функцией, поэтому нахождение ее явной зависимости от частоты и температуры является важной задачей теории теплового излучения.

Анализируя экспериментальные данные и применяя термодинамический метод, Стефан и Больцман решили эту задачу лишь частично: они установили зависимость энергетической светимости абсолютно черного тела  $R^*$  от температуры. Согласно **закону Стефана-Больцмана**,

$$R^* = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4, \quad (5.12)$$

где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>) – постоянная Стефана-Больцмана.

Этот закон не позволяет определить спектральный состав излучения черного тела. Из рис. 5.3 видно, что распределение энергии в спектре абсолютно черного тела является неравномерным. Все кривые имеют явно выраженный максимум, который по мере повышения температуры смещается в сторону более коротких волн. Согласно **закону смещения Вина**, найденному исходя из законов термо- и электродинамики, длина волны  $\lambda_{\max}$ , соответствующая максимуму спектральной излучательной способности, обратно пропорциональна абсолютной температуре:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}. \quad (5.13)$$

Здесь  $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$  м·К – постоянная Вина.

Следующая строгая попытка теоретического вывода зависимости  $f(\omega, T)$  привела к **формуле Рэля и Джинса**

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT, \quad (5.14)$$

которая хорошо согласуется с экспериментальными данными только в области достаточно малых частот и больших температур.

Правильное, согласующееся с опытными данными выражение для  $f(\omega, T)$  было найдено Планком в 1900 г. Для этого ему пришлось отказаться от установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может принимать любые сколь угодно близкие друг другу значения. Согласно выдвинутой Планком квантовой гипотезе, атомы излучают энергию не непрерывно, а определенными порциями – **квантами**, причем энергия кванта

$$\varepsilon = h\nu = hc / \lambda = \hbar\omega \quad (5.15)$$

пропорциональна частоте колебаний атома ( $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка,  $\hbar = h / 2\pi$ ). Энергия атома также может принимать только определенные дискретные значения, равные целому числу квантов энергии.

Планк вывел для универсальной функции Кирхгофа формулу

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{\frac{\hbar\omega}{e^{kT}} - 1}, \quad (5.16)$$

которая согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения черного тела во всем интервале частот и температур.

В области малых частот, когда  $\hbar\omega/kT \ll 1$ , экспонента может быть разложена:

$$e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} \approx 1 + \frac{\hbar\omega}{kT},$$

и тогда **формула Планка** переходит в формулу Рэля-Джинса. Закон смещения Вина и закон Стефана-Больцмана также получаются из формулы Планка. Постоянные Стефана-Больцмана  $\sigma$  и Вина  $b$  могут быть выражены через универсальные постоянные  $h$ ,  $k$ ,  $c$ . С другой стороны, зная экспериментальные значения  $\sigma$  и  $b$ , можно вычислить значения  $h$  и  $k$  (именно так и было впервые найдено числовое значение постоянной Планка).

Таким образом, формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и содержит в себе частные законы теплового излучения, а также позволяет вычислить постоянные в законах теплового излучения. Следовательно, формула Планка является полным решением основной задачи теплового излучения, поставленной Кирхгофом. Ее решение стало возможным лишь благодаря революционной квантовой гипотезе Планка.

Отметим, что гипотеза Планка о том, что свет испускается и поглощается отдельными порциями – квантами, нашла свое подтверждение и дальнейшее развитие в ряде других явлений: фотоэффекте, химическом действии света, эффекте Комптона и т.д.

## 5.7. Фотоэффект

**Внешним фотоэффектом** называется испускание электронов веществом под действием света. Это явление было открыто Т. Герцем в 1887 г. и в дальнейшем тщательно исследовано русским ученым А.Т. Столетовым.

Экспериментальная установка для исследования фотоэффекта приведена на рис. 5.4.

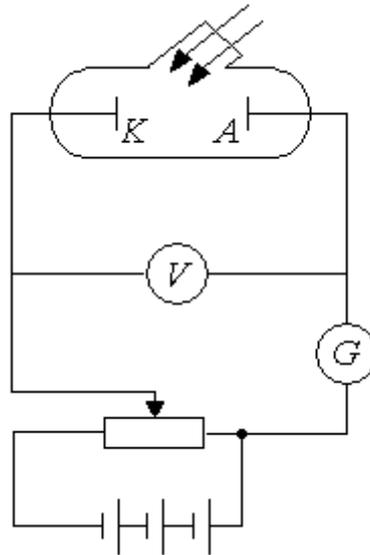


Рис. 5.4

Монохроматический свет, проникающий внутрь вакуумной трубки, освещает катод  $K$ , изготовленный из исследуемого материала. Электроны, испущенные вследствие фотоэффекта, перемещаются под действием электрического поля к аноду  $A$ . В результате в цепи прибора течет фототок, для измерения которого в цепь включен гальванометр. Напряжение между катодом и анодом можно изменять с помощью потенциометра.

Полученная на таком приборе вольт-амперная характеристика  $I = I(U)$  приведена на рис. 5.5.

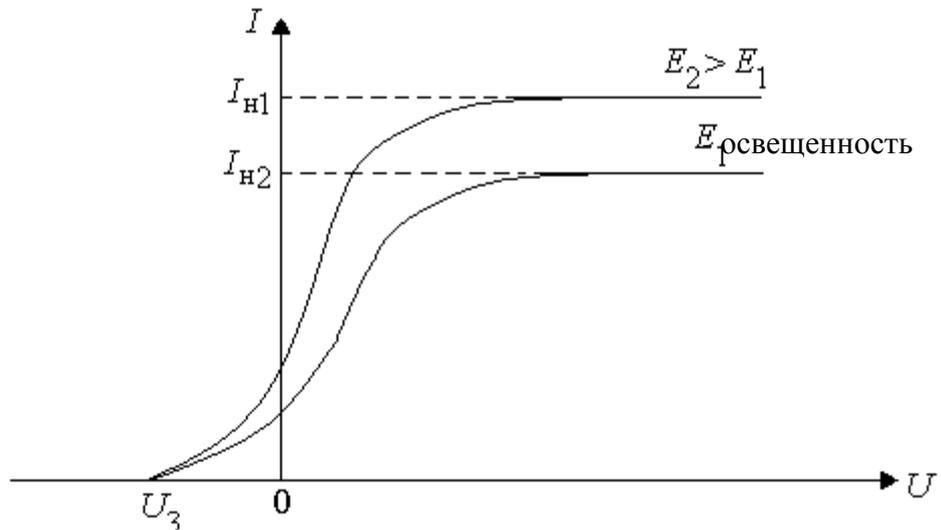


Рис. 5.5

По мере увеличения напряжения фототок постепенно возрастает, т.е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. При некотором не очень большом напряжении фототок достигает насыщения. Это означает, что все электроны, испущенные катодом, попадают на анод. Следовательно,

сила тока насыщения  $I_H$  определяется количеством электронов  $n$ , испускаемых катодом в единицу времени под действием света, т.е.  $I_H = en$ . Существование фототока в области отрицательных напряжений объясняется тем, что фотоэлектроны, выбитые светом из катода, обладают отличной от нуля начальной кинетической энергией. За счет уменьшения этой энергии электроны могут совершать работу против сил задерживающего электрического поля и достигать анода. При значении поля  $U_3$  ни одному из электронов, даже обладающему максимальной скоростью  $v_{\max}$ , не удастся преодолеть задерживающее поле и достичь анода, поэтому

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eU_3. \quad (5.17)$$

Таким образом, измерив  $U_3$ , можно определить максимальное значение скорости фотоэлектронов.

Опытным путем установлены следующие **законы внешнего фотоэффекта**:

1) максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности;

2) для каждого вещества существует **красная граница фотоэффекта**, т.е. минимальная частота  $\omega_0$ , при которой еще возможен внешний фотоэффект. Величина  $\omega_0$  зависит от химической природы вещества и состояния его поверхности;

3) число фотоэлектронов  $n$ , вырываемых из катода за единицу времени, пропорционально интенсивности света (фототок насыщения пропорционален освещенности катода).

С точки зрения волновой теории света первые два закона являются необъяснимыми. Кроме того, опыты показывают, что фотоэффект практически безынерционен. Это также противоречит классической теории.

В 1905 году А. Эйнштейн показал, что все закономерности фотоэффекта легко объясняются, если предположить, что свет поглощается такими же порциями  $\hbar\omega$  (квантами), какими он, по предположению Планка, испускается. Кванты электромагнитного излучения получили название фотонов.

По Эйнштейну энергия, полученная электроном, доставлена ему в виде кванта  $\hbar\omega$  (фотона), который поглощается им только целиком. Часть этой энергии, равная работе выхода  $A$ , затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть поверхность, остальная идет на сообщение ему кинетической энергии. В соответствии с законом сохранения энергии

$$\hbar\omega = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + A. \quad (5.18)$$

Это уравнение называется уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Оно позволяет легко объяснить все законы фотоэффекта.

Из уравнения Эйнштейна следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона зависит не от интенсивности, а от частоты падающего света и работы выхода  $A$ . Внешний фотоэффект возможен только в том случае, когда энергия фотона  $\hbar\omega$  больше или равна  $A$ . Следовательно, частота  $\omega_0$  (длина волны  $\lambda_0$ ), соответствующая красной границе фотоэффекта,

$$\omega_0 = \frac{A}{\hbar}, \quad \lambda_0 = \frac{2\pi\hbar c}{A}. \quad (5.19)$$

Она зависит только от величины работы выхода электрона, т.е. от химической природы металла и состояния его поверхности.

Кроме внешнего фотоэффекта, при котором поглощение фотонов сопровождается вылетом электронов из вещества, существует **внутренний фотоэффект**, при котором электроны, оставаясь в веществе, изменяют свое энергетическое состояние так, что переходят из одной энергетической зоны в другую (из валентной зоны – в зону проводимости). В результате концентрация носителей тока внутри вещества увеличивается, что приводит к возникновению **фотопроводимости** (повышению электропроводимости полупроводника или диэлектрика) или к возникновению ЭДС.

## 5.8. Масса и импульс фотона. Двойственная природа света

Для объяснения распределения энергии в спектре равновесного теплового излучения достаточно, как показал Планк, допустить, что свет испускается порциями (квантами)  $\hbar\omega$ , названными впоследствии фотонами. Для объяснения фотоэффекта достаточно предположить, что свет поглощается такими же порциями. Однако Эйнштейн пошел значительно дальше. Он выдвинул гипотезу, что свет и распространяется в виде дискретных частиц – фотонов.

Фотон обладает энергией, массой и импульсом. Энергия фотона определяется его частотой:

$$E = \hbar\omega = h\nu. \quad (5.20)$$

Его масса находится из закона взаимосвязи массы и энергии:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{\hbar\omega}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (5.21)$$

Масса фотона существенно отличается от массы микроскопических тел и масс других элементарных частиц. Это отличие состоит в том, что фотон имеет массу покоя  $m_0$ , равную нулю.

Действительно, согласно формуле теории относительности релятивистская масса определяется соотношением

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}. \quad (5.22)$$

Для фотона, движущегося в вакууме со скоростью  $v = c$ , знаменатель обращается в нуль, а масса  $m$  при  $m_0 \neq 0$  – в бесконечность. Таким образом, для фотона  $m_0 = 0$ , т.е. покоящихся фотонов не существует. Но тогда очевидно, что фотон всегда движется со скоростью  $v = c$ , так как при  $v \neq c$  масса и энергия фотона были бы равны нулю, что противоречит формуле  $m = \hbar\omega / c^2$ .

Импульс фотона также может быть получен из общей формулы теории относительности с учетом соотношения  $m_0 = 0$ :

$$p = \frac{E}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = mc. \quad (5.23)$$

Если ввести волновой вектор  $\vec{k}$ , модуль которого равен  $k = 2\pi / \lambda$ , а направление совпадает с направлением распространения света, то выражение для импульса может быть переписано в векторной форме:

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}. \quad (5.24)$$

Таким образом, фотон, подобно любой движущейся частице, обладает энергией, массой и импульсом. Все эти три корпускулярные характеристики фотона связаны с волновой характеристикой света – его частотой.

Итак, существуют убедительные доказательства справедливости квантовых (корпускулярных) представлений о природе света. С другой стороны, такие явления, как интерференция и дифракция света, могут быть объяснены только на основе волновых представлений. Одним из наиболее значительных достижений физики 20 века является постепенное убеждение в ошибочности попыток противопоставлять друг другу волновые и квантовые свойства света. Свойства непрерывности, характерные для электромагнитного поля световой волны, не исключают свойств

дискретности, характерных для световых квантов – фотонов. Свет одновременно обладает свойствами непрерывных электромагнитных волн и свойствами дискретных фотонов. Однако в проявлении этих противоположных свойств имеется вполне определенная закономерность. С уменьшением длины волны (увеличением частоты) все более отчетливо проявляются квантовые свойства света. У длинноволнового излучения квантовые свойства проявляются в малой степени, и основную роль играют его волновые свойства. Наоборот, волновые свойства коротковолнового излучения проявляются весьма слабо.

Взаимосвязь между двойственными корпускулярно-волновыми свойствами света можно объяснить, если использовать, как это делает квантовая оптика, статистический подход к рассмотрению закономерностей распространения света. Например, дифракция света при прохождении через отверстие приводит к перераспределению фотонов в пространстве. Так как вероятность попадания фотона в различные точки экрана неодинакова, то и возникает дифракционная картина. Освещенности экрана в разных точках пропорциональны вероятности попадания фотонов в эти точки. С другой стороны, на основе волновых представлений, освещенность пропорциональна интенсивности света, т.е. квадрату амплитуды световой волны в той же точке экрана. Следовательно, квадрат амплитуды световой волны в данной точке пространства является мерой вероятности попадания фотонов в данную точку.

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется дисперсией света и чем она характеризуется?
2. Где наблюдается нормальная, а где – аномальная дисперсия?
3. Как объясняется дисперсия света с точки зрения электронной теории?
4. Чем обусловлено поглощение света? Как меняется интенсивность света при прохождении через вещество?
5. В чем заключается процесс рассеяния света?
6. Что такое тепловое излучение? За счет чего оно совершается, чем характеризуется и как зависит от температуры?
7. Что характеризует энергетическая светимость тела?
8. Как определяются спектральная испускательная и спектральная поглощательная способности тела?
9. Что такое абсолютно черное тело? Какое устройство является идеальной моделью абсолютно черного тела?
10. Какой вид имеют графики зависимости излучения абсолютно черного тела от частоты при различных температурах?
11. Какие законы теплового излучения существуют?

12. Какие предположения были сделаны Планком при выводе формулы, описывающей универсальную функцию Кирхгофа?

13. Что такое внешний фотоэффект и какими законами он описывается?

14. Как уравнение Эйнштейна объясняет законы фотоэффекта? Какие предположения были сделаны для его вывода?

15. В чем заключается двойственная природа света? Как определить энергию, массу и импульс фотона?

## 6. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ

### 6.1. Двойственная корпускулярно-волновая природа микрочастиц

Дальнейшее развитие представлений о двойственной корпускулярно-волновой природе света связано с именем Луи де Бройля, который в 1924 году высказал гипотезу о том, что установленный ранее для квантов света – фотонов корпускулярно-волновой дуализм присущ всем частицам вещества – электронам, протонам, атомам и т.д., причем количественные соотношения между волновыми и корпускулярными характеристиками свободных частиц те же, что и для фотонов.

Итак, согласно де Бройлю, с каждым микрочастицей связываются, с одной стороны, корпускулярные характеристики – энергия  $E$  и импульс  $p$ , а с другой – волновые характеристики – частота  $\nu$  и длина волны  $\lambda$ . Количественные соотношения, связывающие корпускулярные и волновые свойства частиц, такие же, как и для фотонов:

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad p = h/\lambda. \quad (6.1)$$

Следует отметить, что данное соотношение распространяется на частицы, обладающие ненулевой массой покоя. Движение любой частицы, обладающей импульсом  $p$ , связывают волновым процессом с длиной волны, определяемой по формуле де Бройля:

$$\lambda = h/p. \quad (6.2)$$

Волны, ассоциированные со свободно движущимися частицами, получили название **волн де Бройля**.

Поскольку для частиц не очень высокой энергии импульс определяется соотношением  $p = m\nu$ , длина волны де Бройля тем меньше, чем больше масса частицы  $m$  и ее скорость  $\nu$ . Волновые свойства

макрообъектов лежат за пределами области, доступной наблюдению, т.е. для них длина волны де Бройля настолько мала, что не может быть обнаружена никакими опытами. Поэтому можно считать, что волновые свойства у микроскопических тел практически отсутствуют.

Наоборот, для электронов с энергиями от 10 эВ до  $10^4$  эВ длины волн де Бройля имеют порядок  $10^{-10}$  м, что соответствует диапазону длин волн рентгеновского излучения. Волновые свойства таких электронов должны проявляться при их рассеянии на тех же кристаллах, на которых наблюдается дифракция рентгеновских лучей.

Соответствующие эксперименты вскоре были проделаны, причем было показано, что волновые свойства частиц присущи каждому электрону в отдельности. Впоследствии дифракционные явления были обнаружены также для нейтронов, протонов, атомных и молекулярных пучков.

Открытие волновых свойств микрочастиц привело к появлению и развитию новых методов исследования структуры веществ, таких, как электронография и нейтронография, а также к возникновению новой отрасли науки – электронной оптики.

Подтвержденная экспериментально гипотеза де Бройля о корпускулярно-волновом дуализме свойств вещества коренным образом изменила представления о свойствах микрообъектов. Всем микрообъектам присущи и корпускулярные, и волновые свойства; в то же время любую из микрочастиц нельзя считать ни частицей, ни волной в классическом понимании. Согласно современной трактовке корпускулярно-волнового дуализма у микрообъекта существует потенциальная возможность проявлять себя, в зависимости от внешних условий, либо как волна, либо как частица.

## **6.2. Вероятностный смысл волн де Бройля**

Волны де Бройля не являются электромагнитными волнами. Волновой процесс, связанный с движущимися частицами вещества, имеет специфическую квантовую природу, не имеющую аналогов в классической физике.

Некоторые представления о волнах де Бройля можно получить, рассматривая физический смысл амплитуды (интенсивности) этих волн. В опытах по дифракции электронов обнаруживается неодинаковое распределение пучков электронов, отраженных или рассеянных по различным направлениям – в некоторых направлениях наблюдается большее число электронов, чем в других. С волновой точки зрения, наличие максимумов числа электронов в некоторых направлениях означает, что эти

направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. Другими словами, интенсивность волн в данной точке пространства определяется числом электронов, попавших в эту точку за единицу времени. Это послужило основанием для своеобразного статистического, вероятностного истолкования волн де Бройля. Квадрат амплитуды волн де Бройля в данной точке является мерой вероятности того, что частица обнаруживается в этой точке. Таким образом, дифракционная картина для микрочастиц является проявлением статистической (вероятностной) закономерности, согласно которой микрочастицы попадают в те места, где интенсивность волн де Бройля наибольшая. Поэтому волны де Бройля иногда называют «волнами вероятности».

### 6.3. Волновая функция

Необходимость вероятностного подхода к описанию микрочастиц является важнейшей отличительной особенностью квантовой теории. Для описания распределения вероятности нахождения микрочастицы в данный момент времени в некоторой области пространства вводят функцию  $\Psi(x, y, z, t)$ , называемую **волновой функцией** (или  **$\Psi$ -функцией**). Ее определяют следующим образом. Вероятность  $dW$  того, что частица находится в элементе объема  $dV$ , пропорциональна квадрату модуля  $\Psi$ -функции и величине элемента объема  $dV$ :

$$dW = |\Psi(x, y, z, t)|^2 dV. \quad (6.3)$$

Здесь  $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$ ,  $\Psi^*$  – функция, комплексно сопряженная с  $\Psi$ . Итак, в квантовой механике состояние микрочастиц описывается принципиально по-новому – с помощью волновой функции, которая может быть как действительной, так и комплексной. Физический смысл имеет не сама  $\Psi$ -функция, а квадрат ее модуля, который определяет вероятность пребывания частицы в данной точке пространства в данный момент времени и всегда является действительной величиной. Иными словами, квадрат модуля  $\Psi$ -функции определяет интенсивность волн де Бройля.

Так как  $|\Psi|^2 dV$  определяет вероятность, волновая функция  $\Psi$  должна быть нормирована так, чтобы вероятность достоверного события равнялась единице. Поэтому  $\Psi$ -функция должна удовлетворять следующему условию, называемому **условием нормировки вероятностей**:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1, \quad (6.4)$$

где интеграл вычисляется по всему пространству. Это условие говорит об объективном существовании частицы в пространстве. Оно означает, что пребывание частицы где-либо в пространстве есть достоверное событие и его вероятность должна быть равна единице.

Чтобы волновая функция являлась объективной характеристикой состояния микрочастиц, она должна удовлетворять ряду ограничительных условий. Функция  $\Psi$ , характеризующая вероятность обнаружения микрочастицы в элементе объема, должна быть конечной (вероятность не может быть больше единицы), однозначной (вероятность не может быть неоднозначной величиной) и непрерывной (вероятность не может изменяться скачком).

#### 6.4. Соотношение неопределенностей

В классической механике состояние материальной точки (частицы) определяется одновременным заданием значений координат, импульса, энергии и т.д. Поскольку в квантовой механике движение микрочастиц описывается вероятностным образом, естественно ожидать, что по крайней мере некоторые физические величины, характеризующие микрочастицу, являются случайными, т.е. не имеют строго определенных значений. При этом оказывается, что неопределенности некоторых физических величин не являются независимыми, а связаны между собой некоторыми соотношениями.

В. Гейзенберг, учитывая волновые свойства микрочастиц и связанные с волновыми свойствами ограничения в их поведении, пришел в 1927 году к выводу, что микрообъект невозможно одновременно с любой точностью характеризовать и координатой, и импульсом. Согласно **соотношению неопределенностей** Гейзенберга, неопределенности этих величин удовлетворяют условиям

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \quad \Delta z \Delta p_z \geq \hbar, \quad (6.5)$$

т.е. произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка  $\hbar$ .

Из соотношения неопределенностей следует, что если микрочастица находится в состоянии с точным значением координаты, то в этом состоянии соответствующая проекция ее импульса оказывается совершенно

неопределенной, и наоборот. Невозможность одновременно точно определить координату и соответствующую проекцию импульса не связана с несовершенством методов измерения или измерительных приборов, а является следствием специфики микрообъектов.

Соотношение неопределенностей позволяет оценить, в какой мере можно применять понятия классической механики к микрочастицам, в частности, с какой степенью точности можно говорить о траекториях микрочастиц. Например, расчеты показывают, что нельзя говорить о движении электрона в атоме по определенной траектории с точно заданной в каждой точке скоростью.

Соотношение неопределенностей является одним из фундаментальных положений квантовой механики. Одного этого соотношения достаточно, чтобы получить ряд важных результатов. В частности, соотношение неопределенностей позволяет понять, почему электрон не падает на ядро атома, а также оценить размеры простейшего атома и минимальную возможную энергию электрона в таком атоме.

В квантовой теории рассматривается также соотношение неопределенностей для энергии  $E$  и времени  $t$ , т.е. неопределенности этих величин удовлетворяют условию

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar. \quad (6.6)$$

Здесь  $\Delta E$  – неопределенность энергии некоторого состояния системы;  $\Delta t$  – промежуток времени, в течение которого это состояние существует. Следовательно, система, имеющая среднее время жизни  $\Delta t$ , не может быть охарактеризована определенным значением энергии; разброс энергии  $\Delta E = \hbar / \Delta t$  возрастает с уменьшением среднего времени жизни. Отсюда также следует, что частота излучения фотона должна иметь неопределенность, т.е. спектральные линии должны иметь некоторую ширину.

Опыты действительно показывают, что все спектральные линии размыты. Измеряя ширину спектральной линии, можно оценить порядок времени существования атома в возбужденном состоянии.

## 6.5. Уравнение Шредингера

Статистическое толкование волн де Бройля и соотношение неопределенностей Гейзенберга явились толчком к пониманию того, что уравнением движения в квантовой механике должно быть уравнение, из которого бы вытекали наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц. Основное уравнение должно быть уравнением относительно волновой

функции  $\Psi(x, y, z, t)$ , так как только она полностью характеризует состояние микрочастицы, причем физический смысл имеет лишь квадрат ее модуля, который определяет вероятность нахождения частицы в данной точке пространства.

Основное уравнение нерелятивистской квантовой механики было найдено Э. Шредингером в 1926 году. Уравнение Шредингера, как и все основные уравнения физики (например, уравнения Ньютона в классической механике и уравнения Максвелла для электромагнитного поля), не выводится, а постулируется. Правильность этого уравнения подтверждается согласием с опытом получаемых с его помощью результатов.

**Уравнение Шредингера** имеет следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + U(x, y, z, t)\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}. \quad (6.7)$$

Здесь  $m$  – масса микрочастицы;  $U(x, y, z, t)$  – потенциальная энергия частицы в силовом поле, в котором она движется;  $i = \sqrt{-1}$  – мнимая единица;  $\Delta = \nabla^2$  – оператор Лапласа,

$$\Delta\Psi = \nabla^2\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}. \quad (6.8)$$

Это уравнение справедливо для любой частицы, движущейся со скоростью  $v \ll c$ . Явный вид волновой функции в каждом конкретном случае определяется функцией  $U(x, y, z, t)$ , т.е. в конечном счете характером сил, действующих на частицу.

Уравнение Шредингера дополняется условиями, накладываемыми на волновую функцию. Они носят название стандартных условий: 1) функция  $\Psi$  должна быть конечной, непрерывной и однозначной; 2) ее частные производные должны быть непрерывны; 3) функция  $\Psi$  должна быть нормированной (т.е. должно выполняться приведенное выше условие нормировки).

Если силовое поле, в котором движется микрочастица, стационарно, т.е. функция  $U(x, y, z)$  не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии, уравнение Шредингера можно упростить. В этом случае его решение, т.е.  $\Psi(x, y, z, t)$ , может быть представлено в виде произведения двух функций, одна из которых есть функция только координат, а другая – только времени, причем

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)e^{-i\frac{E}{\hbar}t}, \quad (6.9)$$

где  $E$  – полная энергия микрочастицы.

Подставив это соотношение в уравнение Шредингера и проведя некоторые преобразования, получим

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \quad (6.10)$$

Это уравнение называется уравнением Шредингера для стационарных состояний. Оно играет основную роль в атомной физике. Решение этого уравнения дает не только совокупность функций  $\psi(x, y, z)$ , которые называются собственными функциями, но и те значения  $E$  (собственные значения), при которых они существуют. Совокупность собственных значений называется энергетическим спектром частицы. Собственные значения могут образовывать как непрерывный, так и дискретный ряд, т.е. спектр может быть как непрерывным, так и дискретным.

## 6.6. Туннельный эффект

**Туннельный эффект** – это прохождение микрочастицы через области пространства, запрещенные законами классической физики.

Рассмотрим частицу, движущуюся по оси  $x$  слева направо и встречающую на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U_0$  и шириной  $l$  (рис. 6.1).

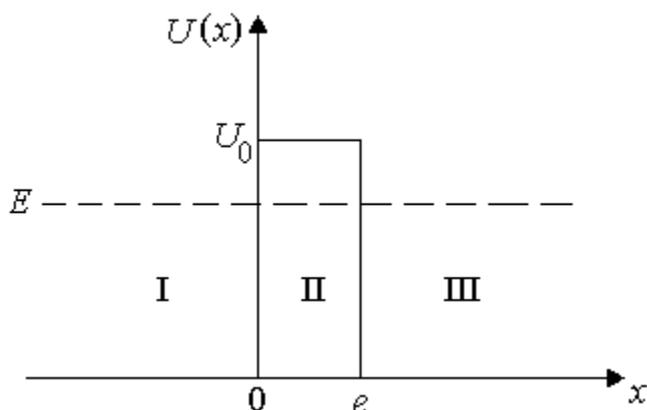


Рис. 6.1

По классическим представлениям, поведение частицы имеет следующий характер. Если энергия частицы больше высоты барьера ( $E > U_0$ ), частица беспрепятственно проходит над барьером. Если же

$E < U_0$ , то частица отражается от барьера и летит в обратную сторону; сквозь барьер частица проникнуть не может.

Совершенно иначе выглядит поведение частицы согласно квантовой механике. Во-первых, даже при  $E > U_0$  имеется отличная от нуля вероятность того, что частица отразится от барьера и полетит в обратную сторону (надбарьерное отражение). Во-вторых, при  $E < U_0$  имеется отличная от нуля вероятность того, что частица проникнет «сквозь» барьер и окажется в области, где  $x > l$  (туннельный эффект). Такое совершенно невозможное с классической точки зрения поведение микрочастицы вытекает непосредственно из уравнения Шредингера.

Рассмотрим случай  $E < U_0$ . Для областей I и III  $U(x) = 0$ , поэтому уравнение Шредингера сводится к виду

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \alpha^2\psi = 0, \quad \alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}.$$

Для области II  $U(x) = U_0$ , и поэтому

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} - \beta^2\psi = 0, \quad \beta^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}.$$

Общее решение уравнений имеет вид

$$\psi_1 = A_1 e^{i\alpha x} + B_1 e^{-i\alpha x} \quad (\text{для области I});$$

$$\psi_2 = A_2 e^{i\alpha x} + B_2 e^{-i\alpha x} \quad (\text{для области II});$$

$$\psi_3 = A_3 e^{i\alpha x} + B_3 e^{-i\alpha x} \quad (\text{для области III}).$$

Заметим, что решение  $e^{i\alpha x}$  соответствует волне, распространяющейся в положительном направлении оси  $x$ , а решение  $e^{-i\alpha x}$  – волне, распространяющейся в противоположном направлении. Так как в области III имеется только волна, прошедшая через барьер и распространяющаяся слева направо, коэффициент  $B_3$  в выражении для  $\psi_3$  следует положить равным нулю.

Для нахождения остальных коэффициентов используют стандартные условия, которым должна удовлетворять функция  $\psi$ . В частности, в точках  $x = 0$  и  $x = l$  должны быть непрерывны как сама функция  $\psi$ , так и ее производная  $\psi'$ , а именно

$$\psi_1(0) = \psi_2(0); \quad \psi'_1(0) = \psi'_2(0);$$

$$\psi_2(l) = \psi_3(l); \quad \psi_2'(l) = \psi_3'(l).$$

Эти четыре условия дают возможность выразить коэффициенты  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  через  $A$ .

Отношение квадратов модулей амплитуд прошедшей и падающей волны

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} \quad (6.11)$$

определяет вероятность прохождения частицы через потенциальный барьер и называется **коэффициентом прохождения** (или коэффициентом прозрачности). Расчет коэффициента прохождения показывает, что

$$D \sim \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)l}\right), \quad (6.12)$$

т.е. при любой высоте барьера и любой его ширине существует отличная от нуля вероятность прохождения частицы через барьер. Частица как бы проходит через «туннель» в этом барьере.

С классической точки зрения, прохождение частицы сквозь потенциальный барьер при  $E < U_0$  невозможно, так как в области барьера частица должна была бы обладать отрицательной кинетической энергией. Туннельный эффект является специфическим квантовым эффектом и согласуется с соотношением неопределенностей. Туннельное прохождение сквозь потенциальный барьер лежит в основе многих явлений физики твердого тела (например, эффекты, происходящие в квантовом слое на границе двух полупроводников), атомной и ядерной физики (например,  $\alpha$ -распад, протекание термоядерных реакций).

### 6.7. Линейный гармонический осциллятор

Линейный или однородный **гармонический осциллятор** представляет собой частицу массы  $m$ , колеблющуюся под действием квазиупругой силы  $F$ , пропорциональной отклонению  $x$  частицы от положения равновесия.

$$F = -kx.$$

Здесь  $k$  – коэффициент квазиупругой силы. Простейшим примером такой системы является частица на пружине, совершающая гармонические

колебания под действием упругой силы  $F = -kx$ , где  $k$  – коэффициент жесткости пружины.

Собственная циклическая частота колебаний частицы  $\omega_0$  связана с массой частицы  $m$  и коэффициентом  $k$  соотношением

$$\omega_0^2 = k/m,$$

Поэтому потенциальная энергия колеблющейся частицы (гармонического осциллятора) может быть представлена в виде

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2}. \quad (6.13)$$

Линейный гармонический осциллятор – это модель, которая используется во многих задачах классической механики. Например, пружинный, физический, математический маятники в тех случаях, когда амплитуда колебаний частицы невелика, являются гармоническими осцилляторами. Этой моделью также описываются колебания атомов вблизи своих положений равновесия в кристаллах, стоячие электромагнитные волны в полости и т.д. При объяснении механизма дисперсии света и при изучении законов теплового излучения абсолютно черного тела также была использована эта модель.

Вообще говоря, малые колебания произвольной системы частиц могут быть представлены как колебания совокупности гармонических осцилляторов. Следует однако отметить, что во всех реальных физических задачах с ростом амплитуды колебаний возникают отклонения от гармоничности колебаний.

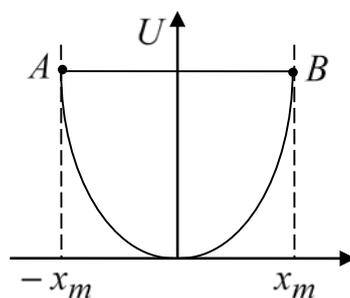


Рис. 6.2

На рис. 6.2 приведена кривая зависимости потенциальной энергии  $U$  от координаты  $x$  колеблющегося осциллятора. При  $x = 0$  потенциальная энергия  $U(x) = 0$ ; в этой точке скорость частицы, а значит, и ее кинетическая энергия максимальны. В крайних положениях (в точках  $A$  и  $B$ ), наоборот кинетическая энергия осциллятора равна нулю, и вся его энергия переходит

в потенциальную. Этим точкам соответствуют координаты  $x = \pm x_m$ , где  $x_m$  – амплитуда колебаний осциллятора, определяемая запасом полной энергии осциллятора  $E = kx_m^2/2$ .

Отметим, что полная энергия классического осциллятора может принимать любые (в том числе сколь угодно малые) значения. За пределы области  $(-x_m, +x_m)$  классический осциллятор выйти не может.

В квантовой механике задача о колебаниях линейного гармонического осциллятора должна быть решена с помощью стационарного уравнения Шредингера, записанного для одномерного случая:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0. \quad (6.14)$$

Здесь  $E$  – полная энергия осциллятора. Это уравнение имеет конечные, однозначные и непрерывные решения при значениях параметра  $E$ , равных:

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_0; \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (6.15)$$

Значения (6.15) называются собственными значениями энергии линейного гармонического осциллятора и представляют собой совокупность равноотстоящих друг от друга энергетических уровней. Разность между соседними уровнями составляет величину  $\hbar\omega_0 = h\nu_0$ . На рис. 6.3 дана схема уровней квантового осциллятора, которая для наглядности вписана в кривую потенциальной энергии, так как именно потенциальной энергии в точках с координатами  $\pm x_{\max}$  равна полная энергия осциллятора.

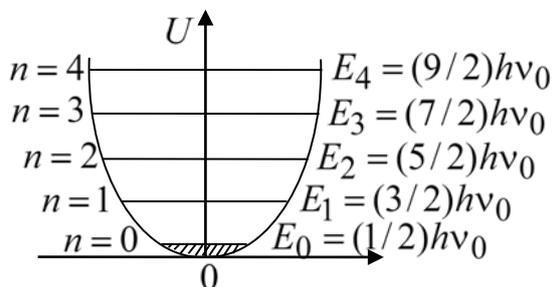


Рис. 6.3

Наименьшая энергия, которую может иметь квантовый линейный гармонический осциллятор, называется нулевой энергией  $E_0$ :

$$E_0 = \frac{1}{2} h\nu_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega_0 \quad (\text{при } n = 0). \quad (6.16)$$

В классической механике и теории Планка считалось, что минимально возможная энергия осциллятора  $E_0 = 0$ . Это означает, что осциллятор не колеблется и находится в положении равновесия. Атомы – осцилляторы при температуре абсолютного нуля ( $T = 0$ ) не должны, следовательно, совершать колебания. В современной квантовой механике доказано, что нулевая энергия гармонического осциллятора не может быть отнята у него при любом охлаждении вплоть до абсолютного нуля. Нулевой энергии осциллятора соответствуют его нулевые колебания. Таким образом при температурах, близких к абсолютному нулю, атомы вещества рассматриваются, как колеблющиеся осцилляторы.

Нулевая энергия является наименьшей энергией, которой должен обладать квантовый осциллятор в наинизшем энергетическом состоянии (при  $n = 0$ ), чтобы выполнялось соотношение неопределенностей. В самом деле, классическое выражение для полной энергии осциллятора представляет собой сумму его кинетической и потенциальной энергии:

$$E = E_{\text{к}} + U = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega_0^2 x^2}{2}, \quad (6.17)$$

где  $p$  – импульс частицы, а  $x$  – ее координата.

Соотношение неопределенностей, которое необходимо учитывать в случае квантового осциллятора, не допускает одновременного обращения в нуль этих двух параметров, следовательно и энергия атома – осциллятора ни при каком его состоянии не может быть равна нулю.

Строгое решение задачи о квантовом осцилляторе приводит еще к одному значительному отличию от классического рассмотрения. Квантово-механический расчет показывает, что квантовую микрочастицу можно обнаружить за пределами дозированной области ( $-x_m, +x_m$ ), поскольку существует хоть и небольшая, но не равная нулю вероятность ее обнаружения в той области, которая является классически запрещенной.

## 6.8. Теория атома водорода по Бору

Представление об атомах – мельчайших неделимых частицах вещества – существовало с античных времен. После создания Д.И. Менделеевым Периодической системы элементов, установившей общность внутреннего строения атомов, возник вопрос об их единой природе. В начале XX века были предприняты попытки создания моделей атома,

учитывающих существование всех накопленных к этому времени экспериментальных данных, в частности, существование определенных закономерностей в атомных спектрах, а также то, что электрон является одной из основных составных частей любого вещества.

В модели атома Томсона (1903 г.) считалось, что атом представляет собой равномерно заполненный положительным зарядом шар радиуса  $\sim 10^{-10}$  м, внутри которого вблизи положений равновесия под действием квазиупругой силы колеблются электроны. Такой атом, согласно классическим представлениям мог бы испускать монохроматические волны, дающие линейчатый спектр излучения, действительно наблюдающийся в эксперименте. Однако опыты Резерфорда по рассеянию  $\alpha$ -частиц при их прохождении сквозь металлическую фольгу показали ошибочность такой модели. Было доказано, что положительный заряд атома сосредоточен в объеме, очень малом по сравнению с объемом атома, что противоречило начальным предположениям.

На основании своих исследований Резерфордом была предложена **ядерная (планетарная) модель атома**: вокруг положительного ядра малых размеров ( $\sim 10^{-15}$  м), в котором сосредоточена практически вся масса атома, по замкнутым орбитам много большего радиуса ( $\sim 10^{-10}$  м) движутся электроны.

В атоме водорода равномерное движение электрона, имеющего массу  $m$  и заряд  $-e$  вокруг ядра (протона), по орбите радиуса  $r$  под действием кулоновской силы описывается вторым законом Ньютона

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} = m \frac{v^2}{r}. \quad (6.18)$$

При этом кулоновская сила сообщает электрону центростремительное ускорение. Согласно классической электродинамике атом Резерфорда должен являться неустойчивой системой, поскольку ускоренно движущиеся электроны должны излучать электромагнитные волны и, непрерывно теряя энергию, упасть на ядро. Кроме того, подобная система дает сплошные, а не линейчатые атомные спектры, что противоречит действительности.

Первая попытка создания качественно новой теории атома была предпринята Н. Бором в 1913 г. В **квантовой теории атома Бора** связаны в единое целое эмпирические закономерности линейчатых спектров, ядерная модель атома Резерфорда и квантовый характер излучения и поглощения света. В этой теории сохранен классический подход к описанию поведения электрона в атоме. Однако он дополнен условиями, называемыми постулатами Бора.

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний): в атоме существуют стационарные квантовые состояния, не изменяющиеся с течением времени без внешних воздействий на атом. Каждому стационарному состоянию соответствует определенная энергия атома  $E_n$ . Стационарным состоянием атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. При движении по стационарным орбитам электроны, несмотря на то, что они движутся ускоренно, не излучают электромагнитных волн.

Второй постулат Бора (правило квантования орбит): в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите должен иметь дискретные, квантованные значения момента импульса  $M_l$  (орбитального момента):

$$M_l = mvr_n = n\hbar, \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (6.19)$$

где  $v$  – скорость движения электрона по орбите радиуса  $r_n$ ,  $\hbar = h/2\pi$ .

Соотношения (6.18) и (6.19) позволяют рассчитать радиус каждой орбиты  $r_n$  и скорость движения электрона  $v$  по этой орбите. Для расчета полной энергии электрона используется классическое выражение

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

которое после подстановки  $r_n$  и  $v$  приобретает вид

$$E_n = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} \frac{1}{n^2}. \quad (6.20)$$

Никакие промежуточные значения энергии, кроме набора значений (6.20) в атоме невозможны. Знак « $-$ » в выражении означает, что электрон в атоме находится в связанном состоянии, что соответствует минимуму энергии.

Целое число  $n$  называется главным квантовым числом. Состояние атома с  $n = 1$  является основным энергетическим состоянием, состояния с  $n > 1$  являются возбужденными. Схематически возможные уровни энергии атома водорода представлены на рис. 6.4.

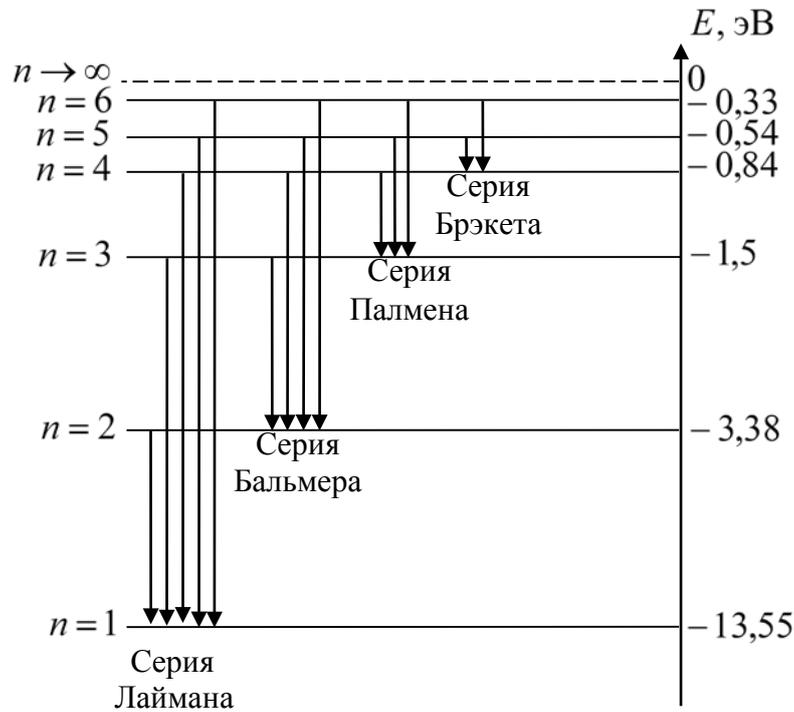


Рис. 6.4

Третий постулат Бора (правило частот) регламентирует переходы электрона с одного энергетического уровня на другой: при переходе электрона из одного стационарного состояния в другое испускается или поглощается один квант энергии. Если атом водорода переходит из состояния  $n$  в состояние  $m$  с меньшей энергией, испускается квант:

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (6.21)$$

При этом частота излучения определится так:

$$\nu = \frac{me^4}{8h^3\varepsilon_0^2} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (6.22)$$

В выражении (6.22)  $R = \frac{me^4}{8h^3\varepsilon_0^2} = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  – **постоянная**

### Ридберга.

Полученное выражение позволяет определить спектр излучения атома водорода. Если в формулу (6.22) поставить  $m=1$  и  $n=1, 2, 3, \dots$ , получается серия линий Лаймана, которые соответствуют частотам излучения при переходах электрона с возбужденных уровней ( $n=2, 3, 4, \dots$ ) на основной

( $m = 1$ ). При подстановке  $m = 2, 3, 4$  и соответствующих значений  $n$  получаются серии Бальмера, Пашена, Брэкета.

Спектр поглощения атома водорода при нормальных условиях содержит только серию Лаймана, так как именно этой серии соответствуют переходы из состояния с  $n = 1$ , т.е. из стационарного состояния с наименьшей энергией в возбужденные.

### 6.9. Атом водорода в квантовой механике

Результаты, достигнутые теорией Бора, были получены в квантовой механике без привлечения его постулатов. Решение квантовомеханической задачи об энергетических уровнях электрона в атоме водорода сводится к задаче о движении электрона в кулоновском поле ядра. Так как масса протона много больше массы электрона, протон может считаться закрепленным в центре атома и рассматриваться как неподвижный силовой центр, к которому притягивается электрон. Потенциальная энергия электрона, имеющего заряд  $-e$ , в электростатическом поле протона с зарядом  $+e$  равна

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (6.23)$$

где  $r$  – расстояние между электроном и ядром;  $(-e)$  – заряд электрона.

С точки зрения квантовой механики, для нахождения энергетического спектра электрона в потенциальном поле ядра необходимо решить стационарное уравнение Шредингера

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0. \quad (6.24)$$

Здесь  $E$  – значения полной энергии электрона в атоме, которые требуется отыскать при условии, что описывающие состояние электрона в атоме волновые функции  $\psi$  удовлетворяют требованиям конечности, однозначности и непрерывности.

Можно показать, что рассматриваемое уравнение Шредингера имеет требуемые решения в следующих случаях:

- 1) при любых  $E > 0$ , что соответствует электрону, пролетающему вблизи ядра и удаляющемуся на бесконечность;
- 2) при дискретных отрицательных значениях энергии

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (6.25)$$

что соответствует электрону, связанному с ядром.

Итак, решение уравнения Шредингера для атома водорода приводит к появлению дискретных энергетических уровней, совпадающих с уровнями Бора. Самый нижний уровень  $E_1 = -13,6$  эВ, отвечающий минимально возможной энергии – основной, все остальные – возбужденные. По мере роста **главного квантового числа**  $n$  энергетические уровни располагаются теснее и при больших  $n$  находятся вблизи нуля. Энергия ионизации атома водорода равна

$$E_i = -E_1 = 13,6 \text{ эВ}.$$

При решении уравнения Шредингера выяснилось, что момент импульса электрона  $M_l$  квантуется в соответствии с выражением:

$$M_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad (6.26)$$

Здесь  $l$  – **орбитальное квантовое число**, которое, в зависимости от главного квантового числа и может принимать следующие значения

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n-1). \quad (6.27)$$

Из решения уравнения Шредингера следует также, что момент импульса электрона может иметь лишь такую ориентацию в пространстве, при которой его проекция  $M_{l_z}$  на направление внешнего магнитного поля (ось  $z$ ) может принимать лишь квантованные значения, кратные  $\hbar$ :

$$M_{l_z} = m\hbar, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l. \quad (6.28)$$

**Магнитное квантовое число**  $m$  может при данном  $l$  принимать  $2l + 1$  значение, а значит вектор момента импульса электрона в атоме может иметь  $2l + 1$  ориентаций.

Состояние электрона в атоме водорода описывается собственными функциями  $\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$ , явный вид которых имеется в справочниках. Каждому собственному значению  $E_n$  (кроме  $E_1$ ) соответствует несколько собственных функций  $\psi_{nlm}$ , отличающихся значениями квантовых чисел  $l$  и  $m$ , т.е. атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в несколько различных состояниях. Число различных состояний, соответствующих данному главному квантовому числу  $n$ , равно  $n^2$ .

Согласно волновым представлениям электрон в атоме не существует как частица, движущаяся по определенной орбите. Он как бы расплывается в электронное облако, плотность которого в разных точках пропорциональна вероятности обнаружения электрона, определяемой квадратом модуля волновой функции. При этом квантовые числа  $n$  и  $l$  характеризуют размер и форму электронного облака, а квантовое число  $m$  – его ориентацию в пространстве.

Состояния электрона, обладающего различными значениями квантового числа  $l$ , принято обозначать так:

$l = 0$	$s$ -состояние
$l = 1$	$p$ -состояние
$l = 2$	$d$ -состояние
$l = 3$	$f$ -состояние

и далее по буквам латинского алфавита. Поскольку максимально допустимое значение  $l$  на единицу меньше  $n$ , то возможны следующие состояния электрона в атоме:

$$1S : (n = 1, l = 0)$$

$$2S, 2p : (n = 2, l = 0); (n = 2, l = 1)$$

$$3S, 3p, 3d : (n = 3, l = 0); (n = 3, l = 1); (n = 3, l = 2)$$

$$4S, 4p, 4d, 4f : (n = 4, l = 0); (n = 4, l = 1); (n = 4, l = 2); (n = 4, l = 3)$$

и т.д.

В основном состоянии атома – состоянии  $1S$ , характеризуемом энергией  $E_1$ , волновая функция электрона зависит только от расстояния  $r$ . Вид кривой вероятности  $W$  обнаружения электрона в зависимости от его расстояния  $r$  от ядра приведен на рис. 6.5.

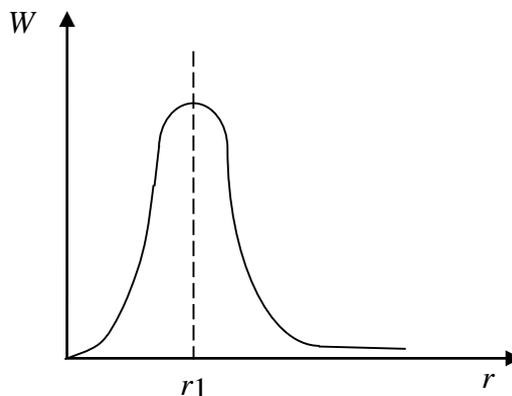


Рис. 6.5

Максимум кривой соответствует расстоянию, равному радиусу первой боровской орбиты  $r_1$ . В отличие от классического электрона, находящегося в состоянии  $E_1$  и движущегося только по орбите радиуса  $r_1$ , у квантовомеханического электрона существует отличная от нуля вероятность его обнаружения и в других точках пространства, хотя расстояние  $r_1$  является наиболее вероятным.

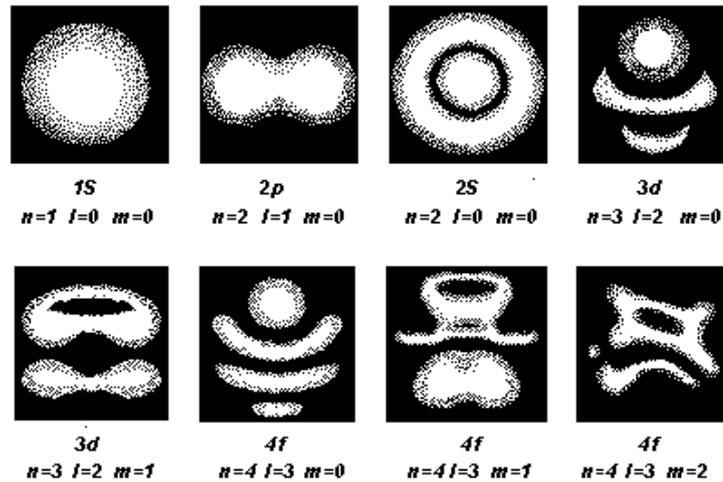


Рис. 6.6

Форма электронного облака для некоторых состояний атома водорода приведена на рис. 6.6.

### 6.10. Механический и магнитный моменты электрона в атоме

Существование у атомов механического момента количества движения, момента импульса и дипольного магнитного момента изначально связывалось с движением электронов по орбитам. И хотя представление об орбитах в квантовой механике является неправомерным, оно очень удобно для рассмотрения происходящих в атоме процессов. Действительно, круговое движение электрона по орбите в атоме обуславливает существование у электрона механического момента количества движения  $M_l$ , называемого орбитальным механическим моментом. С другой стороны, движение электрона эквивалентно существованию кругового тока, а значит, и связанного с ним магнитного момента электрона  $\mu_l$ . Согласно законам квантовой механики эти моменты квантуются, т.е. они не могут быть произвольными, а могут принимать только некоторые дискретные значения

$$M_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad \mu_l = -\frac{e\hbar}{2mc} \sqrt{l(l+1)}, \quad (6.29)$$

определяемые орбитальным квантовым числом  $l$ , которое принимает ряд значений  $l = 0, 1, \dots, n - 1$ , ограниченных главным квантовым числом  $n$ . Здесь  $\hbar$  – постоянная Планка;  $m$  и  $e$  – масса и заряд электрона;  $c$  – скорость света. Знак минус указывает на то, что направления механического и магнитного моментов противоположны.

Для орбитального движения электрона отношение магнитного момента к механическому равно

$$\frac{\mu_l}{M_l} = -\frac{e}{2mc}. \quad (6.30)$$

Однако из ряда опытов следует, что отношение магнитного момента к механическому может на самом деле оказаться в два раза большим. В связи с этим была выдвинута гипотеза, что электрон обладает собственным моментом импульса  $M_s$ , не связанным с движением электрона в пространстве, а также собственным магнитным моментом  $\mu_s$ . Собственный момент электрона называют **спином**. Спин является неотъемлемым свойством всех микрочастиц, подобным заряду и массе. Наличие спина у микрочастиц является специфическим квантовым свойством, не допускающим классической интерпретации. Из опытов следует, что значения спинового механического и магнитного моментов определяются соотношением

$$M_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}, \quad \mu_s = -\frac{e\hbar}{mc}\sqrt{s(s+1)}. \quad (6.31)$$

Здесь  $s$  – спиновое квантовое число. Для электрона оно равно  $1/2$ , для других микрочастиц оно может быть как полуцелым, так и целым (и равным нулю). Спин составных микрочастиц, например, атомов, определяется спинами входящих в него частиц (обычно он не превышает несколько единиц).

Проекция спинового механического и магнитного момента на направление внешнего магнитного поля также квантуется:

$$M_{sz} = m_s\hbar, \quad \mu_{sz} = m_s\frac{l\hbar}{mc}. \quad (6.32)$$

Опытами установлено, что возможны только две ориентации спина в магнитном поле, откуда следует, что магнитное спиновое квантовое число  $m_s$  может принимать только два значения  $m_s = \pm\frac{1}{2}$ .

Описание состояния микрочастицы с помощью волновой функции должно определять не только вероятности ее различных положений в пространстве, но и вероятности различных возможных ориентаций ее спина.

Следовательно, волновая функция должна зависеть не только от совокупности пространственных координат, но и от спиновой переменной.

### 6.11. Принцип Паули

В 1925 году швейцарский физик Вольфганг Паули установил квантово-механический закон, который был назван **принципом Паули** или принципом исключения. Сформулирован он был так: в любом атоме не может быть двух электронов, находящихся в одинаковых стационарных состояниях, определяемых набором четырех квантовых чисел: главного  $n$ , орбитального  $l$ , магнитного  $m$  и спинового  $m_s$ . Применительно к системе электронов в атоме принцип Паули можно записать следующим образом:

$$z_1(n, l, m, m_s) = 1 \text{ или } 0,$$

где  $z_1$  – число электронов в состоянии, которое описывается четырьмя определенными квантовыми числами.

Пользуясь принципом Паули, можно найти максимальное число электронов в атоме, имеющих заданные значения трех, двух и одного квантового числа. Так

$$z_2(n, l, m) = 2,$$

потому что квантовое число  $m_s$  может принимать лишь 2 значения:  $+\frac{1}{2}\hbar$  и  $-\frac{1}{2}\hbar$ ;

$$z_3(n, l) = 2(2l + 1),$$

так как вектор момента импульса электрона  $\vec{L}_l$  может иметь  $2l + 1$  различных ориентаций в пространстве.

Наконец, число электронов  $z(n)$ , находящихся в состоянии с заданным квантовым числом  $n$ , определится суммированием величины  $z_3(n, l) = 2(2l + 1)$  в пределах изменения квантового числа  $l$  от 0 до  $n - 1$ :

$$z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l + 1) = 2n^2.$$

Принцип Паули позволил теоретически обосновать периодичность системы элементов Д.И. Менделеева.

## 6.12. Периодическая система элементов Менделеева

В основу систематики элементов Менделеев положил принцип возрастания их атомных масс, однако только одного этого признака было недостаточно, чтобы систематизировать элементы с учетом их химических и физических свойств. Во времена Менделеева было известно 63 элемента, и только 36 из них подчинялись этому принципу в таблице, которую ученый составил в 1869 году. Для 20 элементов этот принцип был нарушен, а для оставшихся 7 элементов Менделеев исправил атомные массы на основании своей таблицы. Он настолько верил в найденную им систему, что предсказал на ее основе открытие еще 5 элементов, для которых оставил пустые места, в своей таблице. Эти элементы впоследствии были действительно открыты.

Таблица элементов, открытая Менделеевым на основе научной интуиции, оставляла открытыми следующие вопросы:

1. Что, если не атомная масса, определяет порядок расположения элементов в таблице?
2. В чем причина периодичности их свойств?
3. Как определяется длина периода?

Ответить на эти вопросы позволил только принцип Паули. Точное определение химического элемента – это вещество, состоящее из атомов с одинаковым зарядом ядра. Если элементы расположить в порядке возрастания их атомных масс, то они более или менее правильно выстроятся в порядке возрастания зарядов ядер их атомов. Почему же монотонное изменение заряда ядра атомов приводит к периодическим изменениям их химических и физических свойств. Очевидно, причина не в ядре, а в окружающей его электронной оболочке. Электроны вокруг ядра расположены не беспорядочно, а слоями-оболочками. Начало заполнения нового слоя совпадает с началом нового периода, и как раз в этот момент скачком изменяются химические и физические свойства элементов.

На первый взгляд длина периодов в таблице меняется странно: в I периоде – 2 элемента, во II и III – 8, в IV и V – 18, в VI – 32. Но еще в 1906 году шведский физик Иоганн Ридберг заметил, что ряд чисел 2, 8, 18, 32 подчиняется простой формуле:  $2n^2$ , где  $n = 1, 2, 3, 4$ . Это выражение совпадает с формулой (27), которая была получена теоретически только спустя почти 20 лет, исходя из принципа Паули.

Таким образом, слой с номером  $n$  составляет совокупность электронов, имеющих одинаковые значения квантового числа  $n$ . В соответствии со значением  $n$  слоям даны обозначения:

Таблица 6.1

Значение $n$	1	2	3	4	5	6	7
Обозначение слоя	К	Л	М	Н	О	Р	Q

В слое  $n = 1$  (К-слой) возможны только значения  $l = 0$  и  $m = 0$ , а  $m_s$  равно  $+\frac{1}{2}$  и  $-\frac{1}{2}$ , т.е. в первом слое может поместиться только 2 электрона.

В соответствии с этим в I периоде – только 2 элемента: водород и гелий.

В следующем слое с номером  $n = 2$  (Л-слой)  $l$  может принимать 2 значения:  $l = 0$  и  $l = 1$ . При каждом  $l$   $m$  принимает  $2l + 1$  значений, т.е. одно при  $l = 0$  и 3 при  $l = 1$ . При каждом их этих значений возможны два значения  $m_s$ :  $+\frac{1}{2}$  и  $-\frac{1}{2}$ , т.е. в состоянии с  $l = 0$  помещается 2 электрона, а в состоянии с  $l = 1$  шесть электронов. Всего же в слое  $n = 2$  помещается  $2 + 6 = 8$  электронов. Именно такова длина II периода – от лития до неона. Аналогично можно сосчитать, что в слое  $n = 3$  (М-слой) помещается 18 электронов и т.д. с ростом  $n$ .

Каждый период в таблице Менделеева начинается щелочным металлом и заканчивается инертным газом. Химические свойства инертных газов резко отличаются от свойств всех других элементов, так как их электронные облака полностью заполнены.

Атомы щелочных металлов Li, Na, K и т.д., которые в таблице расположены следом за инертными газами, содержат по одному электрону в следующей, более высокой оболочке. Эти электроны связаны с ядром много слабее, чем остальные, поэтому атомы щелочных металлов легко их теряют и становятся положительными однозарядными ионами:  $\text{Li}^+$ ,  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$  и т.д.

Наоборот в атомах фтора (F), хлора (Cl), брома (Br) недостает одного электрона, чтобы замкнуть их внешнюю оболочку до оболочки инертного газа. Поэтому галогены так охотно присоединяют электрон, образуя отрицательные ионы:  $\text{F}^-$ ,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{Br}^-$  и т.д.

С учетом всего вышесказанного проследим теперь построение **периодической системы элементов Д.И. Менделеева**. Начиная с атома водорода, получаем каждый следующий атом, увеличивая заряд ядра на единицу и добавляя один электрон, который помещается в доступное ему согласно принципу Паули состояние с наименьшей энергией.

Таблица 6.2

Элемент	K		L		M		
	1S	2S	2p	3S	3p	3d	
1 H	1	-	-	-	-	-	
2 He	2	-	-	-	-	-	
3 Li	2	1	-	-	-	-	
4 Be	2	2	-	-	-	-	
5 B	2	2	1	-	-	-	
6 C	2	2	2	-	-	-	
7 N	2	2	3	-	-	-	
8 O	2	2	4	-	-	-	
9 F	2	2	5	-	-	-	
10 Ne	2	2	6	-	-	-	
11 Na	2	8		1	-	-	
12 Mg	2	8		2	-	-	
13 Al	2	8		2	1	-	
14 Si	2	8		2	2	-	
15 P	2	8		2	3	-	
16 S	2	8		2	4	-	
17 Cl	2	8		2	5	-	
18 Ar	2	8		2	6	-	

В табл. 6.2 представлен процесс застройки электронных оболочек первых 18 элементов периодической системы.

### 6.13. Спонтанное и вынужденное излучение

Квантовая механика объяснила существование стационарных состояний атома (стационарных состояний электронов в атоме, что то же самое). Находясь в стационарных состояниях, атомы энергию не излучают, а значит, могут в них находиться сколько угодно долго. Однако опыт показывает, что атом, находящийся в возбужденном энергетическом состоянии с энергией  $E_n$ , сам собой переходит в нормальное, невозбужденное состояние с энергией  $E_m$ , излучая свет определенной частоты  $\omega = (E_n - E_m)/\hbar$ . Такое излучение, происходящее из-за флуктуаций в квантовых системах в отсутствие внешних причин, изменяющих энергию атома, называется самопроизвольным, или **спонтанным**, излучением. Время жизни возбужденных состояний атомов имеет порядок  $10^{-8} - 10^{-9}$  с. Вероятности спонтанных переходов определяются лишь внутренними свойствами атомов и не зависят от интенсивности поля излучения.

Наряду со спонтанными переходами, приводящими к излучению энергии, в атоме под действием излучения могут происходить **вынужденные** переходы с более низких ( $E_m$ ) на более высокие ( $E_n$ ) уровни. Эти переходы обуславливают поглощение излучения резонансной частоты  $\omega = (E_n - E_m)/\hbar$  веществом, а их вероятность зависит как от свойств атомов, так и от интенсивности падающего излучения.

Эйнштейн обратил внимание на то, что двух указанных видов излучения недостаточно для объяснения существования состояния равновесия между излучением и веществом. Необходимо также существование «испускаемых» переходов, вероятность которых возрастала бы с увеличением интенсивности излучения, т.е. «испускаемых» переходов, вызываемых излучением соответствующей частоты  $\omega = (E_n - E_m)/\hbar$ . Возникающее в результате таких переходов излучение называется **вынужденным**, или **индуцированным**.

Итак, существуют три вида радиационных переходов атомов из одного состояния в другое: 1) спонтанный переход  $n \rightarrow m$  (излучение); 2) вынужденный переход  $m \rightarrow n$  (поглощение); 3) вынужденный переход  $n \rightarrow m$  (излучение) (рис. 6.7). Здесь а) и б) – начальное и конечное состояния атомов.

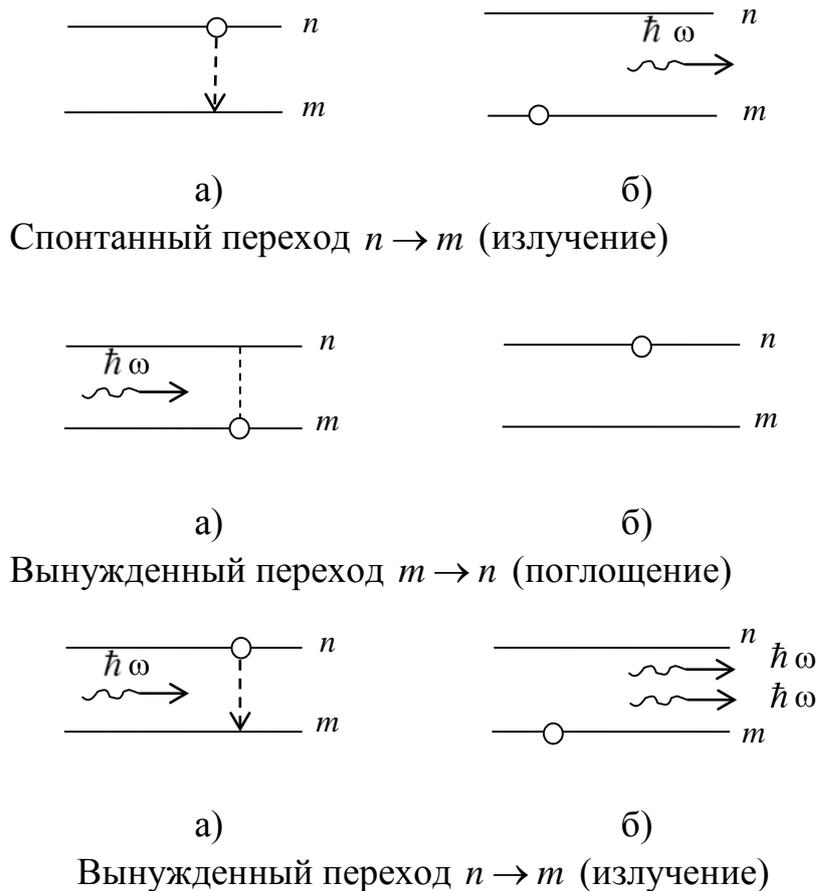


Рис. 6.7

При спонтанных переходах атомы излучают независимо друг от друга, а отдельные акты излучения никак не связаны между собой. Фаза, поляризация, направление испускаемых волн могут быть произвольными. По отношению к внешнему полю такое излучение некогерентно, а его интенсивность мала. Фактически это излучение можно не учитывать, оно образует шумовой фон.

При вынужденном переходе атома под действием внешнего поля частоты  $\omega = (E_n - E_m)/\hbar$  происходит излучение фотона этой же частоты. Вторичный фотон тождествен первичному, стимулирующему переход. Поэтому частота, направление распространения, фаза и поляризация вынужденного и вынуждающего излучения оказываются строго когерентными. Эта особенность вынужденного излучения лежит в основе действия усилителей и генераторов света, называемых лазерами.

#### 6.14. Оптическое усиление в среде с инверсной заселенностью

Вынужденное поглощение световых квантов приводит к ослаблению падающего пучка, а вынужденное излучение – к увеличению его

интенсивности. Результирующее изменение интенсивности светового пучка зависит от того, какой из двух процессов преобладает, т. е. от соотношения числа атомов, находящихся на уровнях  $m$  и  $n$ .

В случае термодинамического равновесия распределение атомов по энергетическим состояниям подчиняется статистике Больцмана, согласно которой с увеличением энергии состояние населенности уровня, т.е. количество атомов  $N_n$  в данном состоянии  $E_n$ , уменьшается с ростом  $E_n$ , причем

$$N_n/N_m = \exp[-(E_n - E_m)/kT]. \quad (6.33)$$

В системе атомов, находящейся в термодинамическом равновесии,  $N_n < N_m$ , а значит, поглощение падающего излучения будет преобладать над вынужденным излучением, т. е. падающее излучение при прохождении через вещество будет ослабляться.

Чтобы среда усиливала падающее на нее излучение, необходимо создать неравновесное состояние системы, при котором число атомов в возбужденных состояниях было бы больше, чем их число в основном состоянии. Такие состояния называются состояниями с **инверсной населенностью**. В случае инверсной населенности  $N_n/N_m > 1$  при  $(E_n - E_m) > 0$ . Формально это соответствует отрицательным значениям абсолютной температуры  $T$ . Поэтому состояния с инверсной населенностью называют иногда состояниями с отрицательной температурой.

Процесс создания неравновесного состояния вещества (перевод системы в состояния с инверсными населенностями двух уровней) называется **накачкой**. Накачку можно осуществить оптическими, электрическими и другими способами.

В средах с инверсными населенностями вынужденное излучение может превысить поглощение, вследствие чего падающий пучок света при прохождении через эти среды будет усиливаться. Такие среды называются **активными**. В случае усиления падающего пучка явление протекает так, как если бы в законе Бугера

$$I = I_0 e^{-\alpha l},$$

описывающем поглощение, коэффициент поглощения  $\alpha$  стал отрицательным. Поэтому активные среды можно рассматривать как среды с отрицательным коэффициентом поглощения.

## 6.15. Лазеры

Инверсное состояние населенностей уровней практически осуществляется в принципиально новых источниках излучения – оптических квантовых генераторах, или лазерах.

Важнейшими из существующих типов лазеров являются твердотельные, газовые, полупроводниковые и жидкостные (в основу такого деления положен тип активной среды). Лазер имеет три основные части: 1) **активная среда**, в которой создаются состояния с инверсной населенностью; 2) **система накачки** (устройство для создания инверсии в активной среде); 3) **оптический резонатор** (устройство, формирующее световой пучок).

Первым твердотельным лазером, работающим в видимой области спектра, был рубиновый лазер (1960, Мейман). В нем рабочим телом был цилиндр из розового рубина, который представлял собой окись алюминия  $Al_2O_3$ , в которой 0,05 % атомов алюминия замещены атомами хрома. Диаметр стержня  $\sim 1$  см, длина – около 5 см. Торцы рубинового стержня были тщательно отполированы и представляли собой строго параллельные друг другу зеркала. Один торец покрывался непрозрачным слоем серебра, другой – более тонким слоем серебра, пропускающим примерно 8 % падающего на него излучения. Схема уровней иона хрома, на которых работает лазер, приведена на рис. 6.8а.

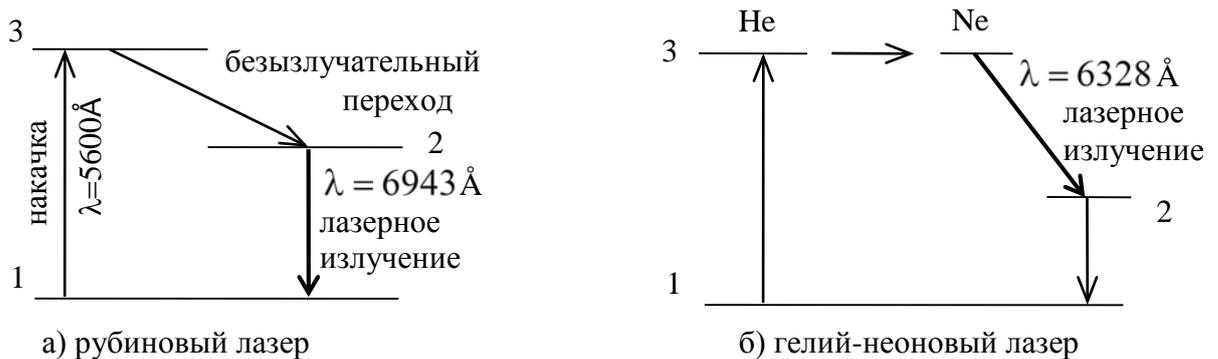


Рис. 6.8

Использование трех уровней позволяет осуществить инверсную населенность на двух из них, в данном случае – на уровнях 2 и 1. Для оптической накачки (переход  $1 \rightarrow 3$ ) используется импульсная газоразрядная ксеноновая лампа. При достаточной мощности лампы большинство ионов хрома переводится в возбужденное состояние. Обратный переход в основное состояние происходит в два этапа. На первом этапе возбужденные

ионы отдают часть своей энергии кристаллической решетке и переходят в метастабильное состояние. Среднее время жизни иона в этом состоянии примерно в  $10^5$  раз превосходит время жизни в обычном возбужденном состоянии. Это приводит к накоплению атомов хрома на уровне 2. При достаточной мощности накачки их концентрация на уровне 2 будет гораздо большей, чем на уровне 1, т.е. возникает среда с инверсной населенностью уровней.

Спонтанный переход какого-либо атома с уровня 2 на уровень 1 может вызвать вынужденное испускание дополнительных фотонов, которые также вызовут вынужденное излучение следующих фотонов, приводя тем самым к появлению лавины фотонов. Поскольку спонтанные переходы носят случайный характер, лавины вторичных фотонов распространяются в самых разных направлениях.

Для выделения направления лазерной генерации используется оптический резонатор, в качестве которого в рубиновом лазере используются плоско параллельные зеркальные торцы кристалла. Фотоны, движущиеся под углами к оси кристалла, выходят из активной среды через боковую поверхность. Те же из фотонов, которые движутся вдоль оси, многократно отражаются от противоположных торцов, вызывая лавинообразное нарастание потока фотонов. Многократно усиленный поток фотонов выходит через полупрозрачное зеркало, создавая строго направленный световой пучок огромной яркости.

Лазеры на рубине работают в импульсном режиме (с частотой порядка нескольких импульсов в минуту). Внутри кристалла выделяется большое количество тепла, поэтому его приходится интенсивно охлаждать.

В гелий-неоновом лазере (1961, Джаван) накачка происходит в два этапа: электроны, образующиеся в плазме газового электрического разряда, при столкновениях возбуждают атомы гелия, переводя их в возбужденное состояние 3 (рис 6.8б). При столкновениях возбужденных атомов гелия с атомами неона происходит их возбуждение, и они переходят на один из верхних уровней неона, который расположен вблизи соответствующего уровня гелия. При этом создается инверсная населенность уровней 3 и 2. Переход из верхнего уровня 3 на уровень 2 приводит к лазерному излучению.

Для излучения лазеров характерны следующие свойства: 1) строгая монохроматичность; 2) высокая временная и пространственная когерентность; 3) большая плотность потока энергии; 4) узость пучка. КПД лазеров колеблется в широких пределах – от 0,01 % (для гелий-неонового лазера) до 75 % (для лазера на стекле с неодимом). У большинства лазеров КПД составляет 0,1-1 %.

### 6.16. Принцип тождественности микрочастиц. Бозоны и фермионы

В классической физике, как бы ни были сходны частицы, всегда принципиально возможно проследить за их движением и отличить одну от другой. Поэтому классическая механика систем из одинаковых частиц не отличается от классической механики систем из разных частиц.

В квантовой механике тождественные частицы полностью теряют свою индивидуальность. Здесь имеет место фундаментальный принцип тождественности одинаковых микрочастиц, согласно которому все одинаковые частицы, образующие данную квантово-механическую систему, являются совершенно тождественными. Поэтому перестановка мест двух любых частиц не может привести ни к каким изменениям в состоянии системы и не может быть экспериментально обнаружена.

Принцип тождественности ведет к определенному свойству симметрии волновой функции. Поскольку физическим смыслом обладает не сама  $\psi$ -функция, а квадрат ее модуля, учет принципа тождественности при перестановке двух микрочастиц приводит к соотношению

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2, \quad (6.34)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  – соответственно совокупность пространственных и спиновых переменных первой и второй частиц. Из этого соотношения вытекают два возможных случая:

$$\psi(x_1, x_2) = \pm \psi(x_2, x_1). \quad (6.35)$$

Таким образом, возможные состояния системы частиц должны описываться волновыми функциями, которые либо меняют свой знак при перестановке любой пары частиц, либо остаются неизменными. Итак, возможно только два класса состояний. Если при перемене частиц местами волновая функция не меняет знака, то она называется симметричной, если меняет – антисимметричной. Изменение знака волновой функции не означает изменения состояния, так как физический смысл имеет лишь квадрат модуля волновой функции. В квантовой механике доказывается, что характер симметрии волновой функции не меняется со временем. Если в какой-то момент времени система находится в симметричном (антисимметричном) состоянии, то она всегда находится в симметричном (антисимметричном) состоянии.

Итак, принцип тождественности одинаковых частиц ведет к двум классам состояний, абсолютно не смешивающимся между собой. Поэтому выбор того или иного класса состояний для какой-либо системы частиц может быть продиктован только природой частиц, образующих систему, а не внешними условиями. Установлено, что симметрия или антисимметрия волновых функций определяется спином частиц. В зависимости от характера симметрии все элементарные и составные микрочастицы (атомы, молекулы) делятся на два класса. Частицы с полуцелым спином (например, электроны, протоны, нейтроны) описываются антисимметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Ферми-Дирака; эти частицы называются **фермионами**. Частицы с нулевым или целочисленным спином (например,  $\pi$ -мезоны, фотоны) описываются симметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна; эти частицы называются **бозонами**. Сложные частицы (например, атомные ядра), составленные из нечетного числа фермионов, являются фермионами (суммарный спин – полуцелый), а из четного – бозонами (суммарный спин целый).

В квантовой механике волновые функции микрочастиц определяются набором квантовых чисел. Например, состояние электрона в атоме однозначно задается набором четырех квантовых чисел: главного  $n$ , орбитального  $l$ , магнитного  $m_l$  и магнитного спинового  $m_s$ . Электроны являются фермионами. В квантовой механике доказывается, что в системе, состоящей из фермионов, действует принцип Паули: в системе одинаковых фермионов любые два из них не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии. Отметим, что число однотипных бозонов, находящихся в одном и том же состоянии, не лимитируется.

Из принципа Паули следует, что в атоме не может быть более одного электрона с заданным набором четырех квантовых чисел. Поэтому два электрона в атоме различаются значениями по крайней мере одного квантового числа. Итак, в каждом возможном состоянии может находиться только один электрон.

Бозоны, напротив, имеют тенденцию к ассоциации и с наибольшей вероятностью накапливаются в состоянии с минимальной энергией.

### 6.17. Понятие о квантовых статистиках Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака

Квантовая статистика – раздел статистической физики, исследующий системы, состоящие из большого числа частиц, подчиняющихся законам квантовой механики. Учет принципа тождественности одинаковых частиц

приводит к разным статистикам, описывающим системы частиц с целым и полуцелым спинами.

Состояние системы невзаимодействующих частиц задается с помощью так называемых чисел заполнения  $N_i$  – чисел, указывающих степень заполнения квантового состояния (характеризуется данным набором  $i$  квантовых чисел) частицами системы, состоящей из многих тождественных частиц. Для систем частиц, образованных бозонами (частицами с нулевым или целым спином), числа заполнения могут принимать любые целые значения: 0, 1, 2... Для систем частиц, образованных фермионами (частицами с полуцелым спином), числа заполнения могут принимать лишь два значения: 0 для свободных состояний и 1 для занятых. Сумма всех чисел заполнения должна быть равна числу частиц системы. Квантовая статистика позволяет подсчитать среднее число частиц в данном квантовом состоянии, т.е. определить средние числа заполнения  $\langle N_i \rangle$ .

Система невзаимодействующих бозонов (идеальный бозе-газ) описывается статистикой Бозе-Эйнштейна:

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/kT} - 1}. \quad (6.36)$$

Здесь  $\langle N_i \rangle$  – среднее число бозонов в квантовом состоянии с энергией  $E_i$ ;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура;  $\mu$  – химический потенциал. Химический потенциал  $\mu$  не зависит от энергии, а определяется только температурой и плотностью числа частиц; для бозонов  $\mu \leq 0$ . Графический вид распределения Бозе-Эйнштейна приведен на рис. 6.9, кривая (а).

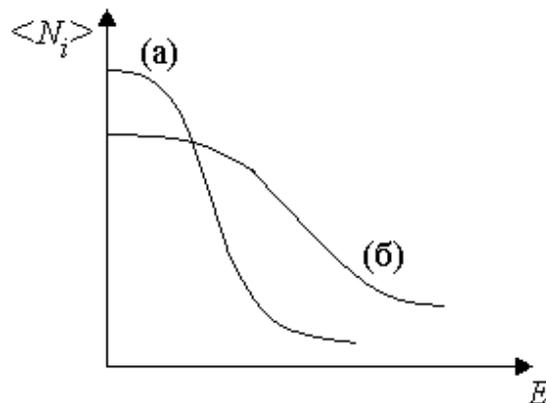


Рис. 6.9

В газе, состоящем из бозонов, не существует никаких ограничений на накопление частиц в состоянии с нулевой энергией. Явление накапливания

частиц в состоянии с нулевой энергией называется конденсацией Бозе-Эйнштейна. Этот эффект является исключительно квантовым.

При высоких температурах, когда  $e^{(E_i - \mu)/kT} \gg 1$ , распределение Бозе-Эйнштейна переходит в классическое распределение Максвелла-Больцмана

$$\langle N_i \rangle = e^{(\mu - E_i)/kT}, \quad (6.37)$$

представленное на рис. 6.9 графической кривой (б).

Система невзаимодействующих фермионов (идеальный ферми-газ) описывается квантовой статистикой Ферми-Дирака

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/kT} + 1}. \quad (6.38)$$

В случае фермионов химический потенциал  $\mu$  имеет положительные значения.

В качестве примера идеального ферми-газа могут рассматриваться электроны проводимости в металле. В силу принципа Паули электроны не могут накапливаться в низшем энергетическом состоянии даже при абсолютном нуле температуры. Они могут располагаться только по одному в каждом энергетическом состоянии. Поэтому при  $T = 0$  К все энергетические состояния равномерно заполнены до некоторого состояния с энергией  $E_F = \mu(0)$ . Следовательно, энергия Ферми  $E_F$  – это максимальная энергия, которой может обладать электрон при  $T = 0$  К.

Числа заполнения занятых уровней равны единице. Последний занятый уровень с энергией  $E_F$  называется уровнем Ферми. Все следующие уровни при  $T=0$  являются свободными. Графический вид распределения Ферми-Дирака представлен на рис. 6.10.

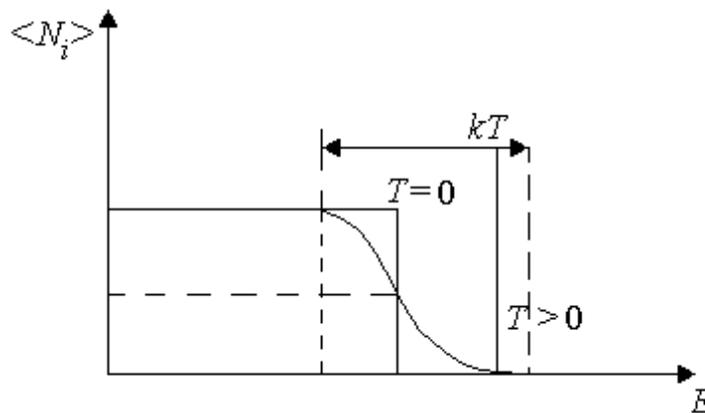


Рис. 6.10

При  $T > 0$  функция распределения Ферми-Дирака плавно изменяется от 1 до 0 в узкой области порядка  $kT$  в окрестностях  $E_F$ . Это связано с наличием теплового движения, в котором участвует небольшое число электронов, находящихся на верхних уровнях. Уровень Ферми совпадает с тем энергетическим уровнем, вероятность заполнения которого равна 1/2. Чем выше температура, тем более полого идет ниспадающая часть графика.

Энергия Ферми от температуры практически не зависит; для металлов  $E_F \approx 6$  эВ (заметим, что для комнатных температур интервал  $kT \approx 0,025$  эВ).

При высоких температурах, когда  $\exp(E_i - \mu)/kT \gg 1$ , распределение Ферми-Дирака так же, как и распределение Бозе-Эйнштейна, переходит в классическое распределение Максвелла-Больцмана.

### Контрольные вопросы

1. В чем заключается двойственная корпускулярно-волновая природа микрообъектов?
2. Какова природа волн де Бройля? Почему они называются волнами вероятности?
3. Как определяется волновая функция и что она характеризует?
4. Как записывается условие нормировки вероятностей и что оно означает?
5. Какие величины связывают соотношение неопределенностей Гейзенберга?
6. Какой вид имеет основное уравнение нерелятивистской квантовой механики? Какие условия накладываются на волновую функцию, являющуюся решением уравнения Шредингера?
7. Что такое собственные функции и собственные значения?
8. В чем заключается туннельный эффект? Как рассчитывается вероятность прохождения частицы через потенциальный барьер?
9. Какой вид имеет энергетический спектр электрона в атоме водорода? Какому значению энергии соответствует основной уровень?
10. Какими квантовыми числами определяются собственные функции электрона в атоме водорода?
11. Как определяются механический и магнитный моменты электрона в атоме?
12. В чем заключается принцип тождественности микрочастиц и к каким свойствам симметрии волновой функции он приводит?
13. Какие частицы называются фермионами, а какие бозонами? Чем определяется принадлежность частицы к одному из двух классов состояний?
14. Какой вид имеют квантовые статистики Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака?
15. Что такое уровень Ферми? энергия Ферми?

## 7. ЗОННАЯ ТЕОРИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

### 7.1. Основы зонной теории

В зонной теории твердое кристаллическое тело рассматривается как строго периодическая система, в которой ионы узлов решетки создают электрическое поле. В этом поле необходимо описать поведение электронов. Точное решение уравнения Шредингера для системы множества частиц невозможно. Эта задача решается при определенных допущениях. Принимается, что имеется совокупность большого числа изолированных атомов, у каждого из которых электроны имеют свою систему дискретных энергетических уровней. Связь электронов со своими атомами настолько сильна, что только валентные электроны при сближении атомов могут переходить от одного атома к другому. Эти допущения называются **приближением сильной связи**.

Пусть атомы  $A$  и  $B$  удалены друг от друга на расстояние  $L \gg d$ , где  $d$  – диаметр атома. Тогда потенциальный барьер для валентных электронов может быть изображен, как показано на рис. 7.1.

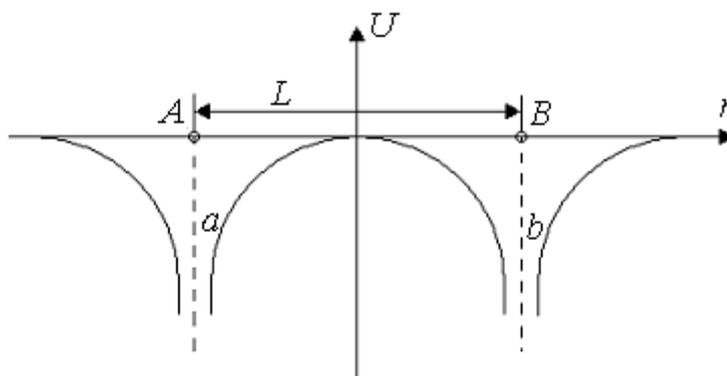


Рис. 7.1

Здесь  $U$  – энергия;  $r$  – расстояние.

Видно, что ширина барьера очень велика, так что вероятность просачивания электронов сквозь него практически равна нулю. Электроны жестко привязаны к своим атомам, и свободные электроны в кристалле отсутствуют. При сближении атомов возрастает взаимодействие между ними. Когда  $L \approx d$ , потенциальные кривые частично накладываются друг на друга, при этом потенциальный барьер сужается и понижается и электроны

вследствие «туннельного» эффекта могут переходить от «своего» атома к соседнему (рис. 7.2).

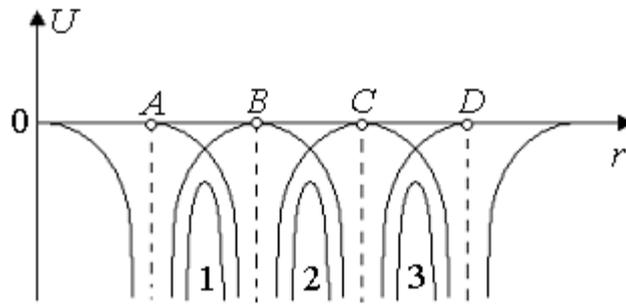
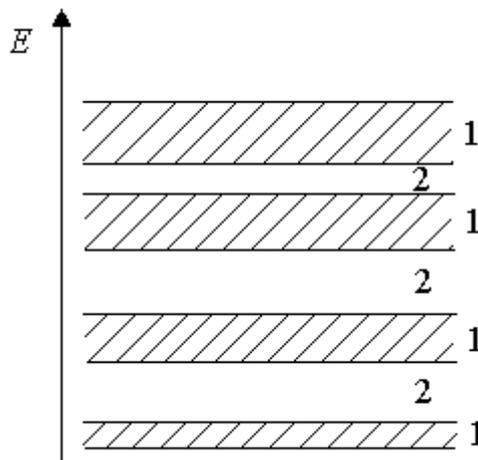


Рис. 7.2

На рис. 7.2  $A, B, C, D$  – атомы; 1, 2, 3 – потенциальные кривые для валентных электронов.



1 – разрешенная зона; 2 – запрещенная зона

Рис. 7.3

При сближении атомов узкий энергетический уровень валентного электрона в изолированном атоме расширяется в широкую полосу – зону разрешенных значений энергии (рис. 7.3). Ширина ее – порядка единиц электрон-вольт. Между разрешенными зонами располагаются **запрещенные зоны**. Разрешенная зона тем шире, чем больше энергия  $E_{n,l}$  в изолированном атоме.  $E_{n,l}$  определяется двумя квантовым числами –  $n$  и  $l$ , а по  $m$  и  $m_s$  происходит вырождение, т.е. расщепление уровня. Возможные значения энергии электронов в пределах разрешенной зоны квантованы, и общее число их конечно. В кристалле, состоящем из  $N$  атомов, уровню энергии  $E_{n,l}$  соответствует зона, состоящая из  $(2l+1)N$  дискретных уровней, на каждом из которых может находиться не более двух электронов с

антипараллельными спинами. Для электронов, находящихся на внутренних оболочках, прозрачность потенциального барьера очень мала, так что они связаны со «своим» атомом, как в изолированном атоме.

## 7.2. Металлы, диэлектрики, полупроводники с точки зрения зонной теории

В зонной теории различные типы твердых тел по электрическим свойствам различаются характером расположения разрешенных и запрещенных энергетических зон, а также характером заполнения зон электронами. Запрещенные зоны могут разделять разрешенные или вообще отсутствовать. Сами же зоны могут быть заняты электронами или быть свободными.

Электроны в кристалле могут переходить из одной разрешенной зоны в другую, а также совершать переходы внутри одной зоны. Для перехода электрона из нижней зоны в соседнюю верхнюю необходима энергия, равная ширине запрещенной зоны.

Необходимым условием электрической проводимости твердого тела является наличие в разрешенной зоне свободных энергетических уровней, на которые могли бы перейти электроны.

Зона, заполненная электронами частично или пустая (при  $T = 0$  К), называется **зоной проводимости**.

Самая верхняя зона, целиком заполненная электронами при  $T = 0$  К, называется **валентной**.

Если в зоне проводимости содержатся электроны, то твердое тело является проводником (рис. 7.4а). Проводником твердое тело является и в случае, если зоны перекрываются (рис. 7.4б).

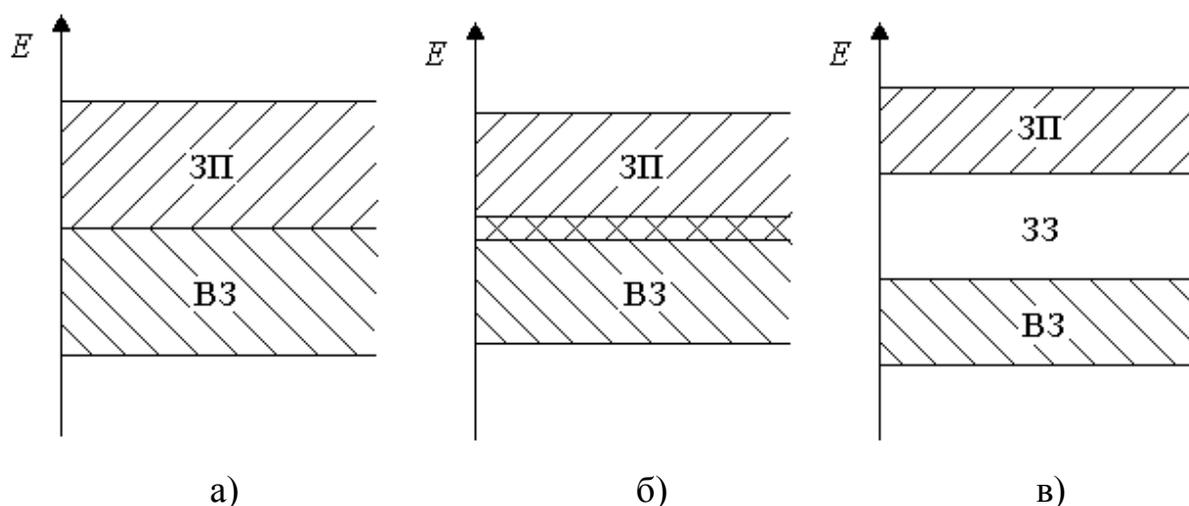


Рис. 7.4

У твердых диэлектриков энергетические зоны не перекрываются, причем валентная зона (ВЗ) отделена от зоны проводимости (ЗП) большим интервалом, который не может перекрыть энергия, сообщаемая внешним электрическим полем (рис. 7.4в). Этот интервал называется запрещенной зоной (ЗЗ). Если запрещенная зона невелика, вещество является полупроводником.

### 7.3. Собственная проводимость полупроводников

Между металлами с удельным сопротивлением  $\rho = 10^{-8} - 10^{-6}$  Ом·м и диэлектриками ( $\rho = 10^8 - 10^{13}$  Ом·м) находится много материалов, относящихся к полупроводникам, удельное сопротивление которых находится в пределах  $\rho = 10^{-5} - 10^8$  Ом·м. Почти вся окружающая природа состоит из полупроводников. Наиболее распространены элементы IV группы – германий (Ge) и кремний (Si). У них на внешней валентной оболочке 4 электрона, которые вступают в химические связи с электронами соседних атомов.

Полупроводник называется беспримесным, если он химически чист и имеет идеально правильную кристаллическую решетку. Проводимость такого полупроводника называется собственной. Для возникновения собственной проводимости необходимо электронам из валентной зоны перебраться в зону проводимости (рис. 7.5). Энергия, требуемая для этого, должна быть не меньше ширины запрещенной зоны. Эта величина является важной характеристикой полупроводника и называется **энергией активации собственной проводимости  $\Delta E$** .

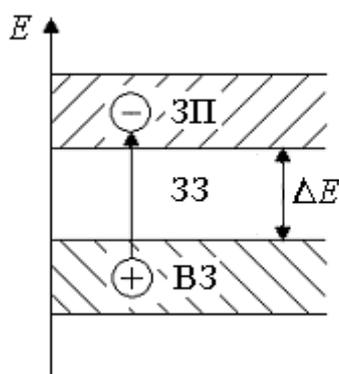


Рис. 7.5

Если электрон переходит в зону проводимости, то на его месте в валентной зоне остается нескомпенсированный положительный заряд, который тоже способен перемещаться. Это так называемая «дырка». «Дырка» в качестве носителя заряда работает так: на освободившееся от

ушедшего электрона место может переместиться наиболее активный электрон от соседнего атома и получается, что нескомпенсированный положительный заряд переместился на место соседнего атома. Электрическая проводимость полупроводника, обусловленная перемещением «дырок», называется **дырочной**.

Таким образом, электропроводность полупроводника обусловлена носителями зарядов двух типов: электронами, находящимися в зоне проводимости (**электронная проводимость**), и «дырками» в валентной зоне (**дырочная проводимость**). Направление движения электронов – против вектора напряженности внешнего электрического поля, а «дырок» – по вектору напряженности.

Расчет химического потенциала  $\mu$  электронов в собственном полупроводнике дает положение уровня Ферми  $E_F$  точно посередине запрещенной зоны (рис. 7.6).

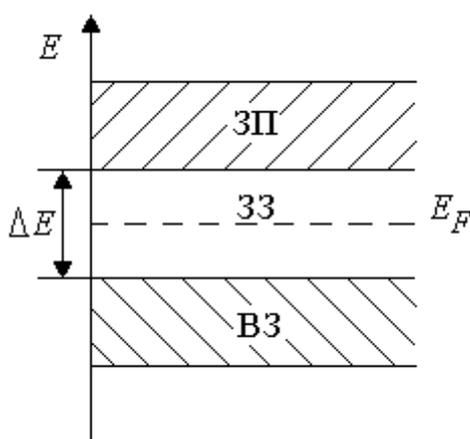


Рис. 7.6

Собственная проводимость полупроводника характеризуется равным количеством электронов проводимости и «дырок», так как носители заряда образуются парами. В собственном полупроводнике при абсолютном нуле все уровни валентной зоны полностью заполнены электронами, а в зоне проводимости электроны отсутствуют. Электрическое поле не может перебросить электроны из валентной зоны в зону проводимости, поэтому собственные полупроводники ведут себя при абсолютном нуле как диэлектрики. При температурах, отличных от абсолютного нуля, часть электронов с верхних уровней валентной зоны переходит в результате теплового возбуждения на нижние уровни зоны проводимости. Одновременно в валентной зоне освобождается такое же число мест на верхних уровнях, в результате чего появляются «дырки». Число носителей тока, а следовательно, и электропроводность собственных

полупроводников растет с температурой, изменяясь по экспоненциальному закону.

#### 7.4. Примесная проводимость полупроводников *n*-типа

Электрические свойства примесных полупроводников определяются искусственно вводимыми в них примесями. Если в основную кристаллическую решетку полупроводника вводятся примесные атомы, то независимо от того, где эти атомы располагаются, в запрещенной зоне возникают дополнительные энергетические уровни, называемые примесными.

Пусть, например, основной полупроводник германий (Ge) – четырехвалентный. Часть его атомов заменена донорной примесью – элементом V группы таблицы элементов Менделеева, например, P (фосфор), As (мышьяк) или Sh (сурьма) (рис. 7.7).

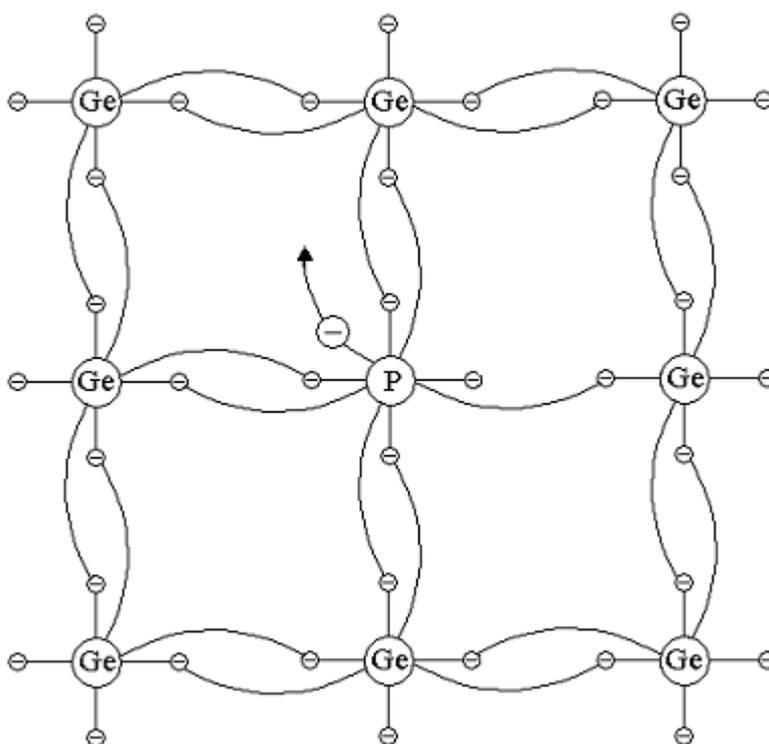


Рис. 7.7

Элемент V группы имеет на внешней оболочке пять электронов. Четыре электрона участвуют в ковалентной связи, а пятый электрон этой структуре не нужен, он оказывается слабо связанным со своим атомом. Поэтому он легко отщепляется от атома за счет энергии теплового движения, образуя странствующий свободный электрон. Здесь образование

свободного электрона не сопровождается нарушением ковалентных связей, т.е. образованием дырки. Хотя в окрестностях атома примеси и возникает избыточный положительный заряд, но он связан с этим атомом и перемещаться по решетке не может. Следовательно, в таких полупроводниках имеется только один вид носителей тока – электроны, т.е. полупроводник обладает электронной проводимостью. Энергия лишнего электрона больше, чем у остальных электронов, но все же недостаточна, чтобы он стал электроном проводимости. Уровень, на котором он находится, лежит в запрещенной зоне немного ниже нижней границы зоны проводимости (рис. 7.8).

Итак, примеси искажают поле решетки, что приводит к возникновению примесных уровней, расположенных в запрещенной зоне кристалла, вблизи зоны проводимости.

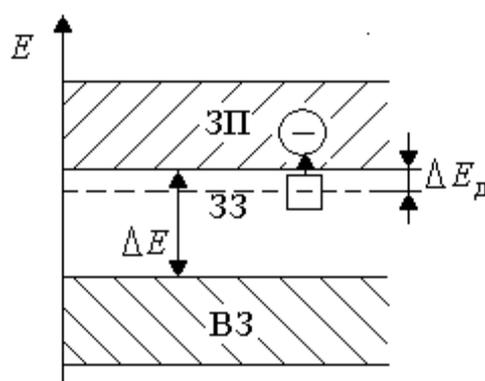


Рис. 7.8

В данном случае появляются **донорные** уровни, а примесь называется донорной. Для перевода лишних электронов в зону проводимости, т.е. для превращения их в электроны проводимости, требуется небольшая энергия  $\Delta E_{\text{д}} \ll \Delta E$ , сравнимая с энергией теплового движения даже при обычных температурах. В результате число электронов-носителей становится больше числа дырок и возникает проводимость *n*-типа (от английского *negative*). Такие полупроводники называются полупроводниками ***n*-типа**, или электронными.

### 7.5. Примесная проводимость полупроводников *p*-типа

Пусть теперь в основной полупроводник Ge введена акцепторная примесь трехвалентного элемента, например, In (индий), В (бор) или Al (алюминий).

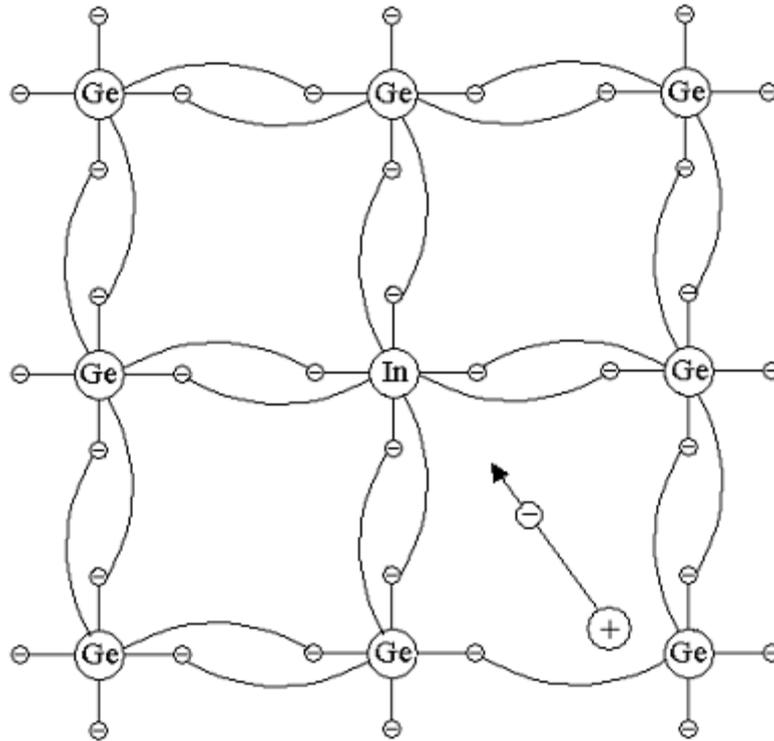


Рис. 7.9

Такие атомы, находясь в окружении четырехвалентных атомов германия, не могут сформировать завершённую внешнюю оболочку, так как у них не хватает одного электрона (рис. 7.9). Однако недостающий электрон может быть заимствован у ближайшего атома Ge. Тогда на месте заимствованного электрона образуется положительная «дырка». На место этой «дырки» может встать соседний электрон, т.е. «дырка» может кочевать по кристаллу. Следовательно, в таких полупроводниках возникают носители только одного вида – «дырки».

Таким образом, трехвалентная примесь приводит к появлению в запрещенной зоне нового примесного энергетического уровня, который называется **акцепторным**, а сама примесь называется акцепторной.

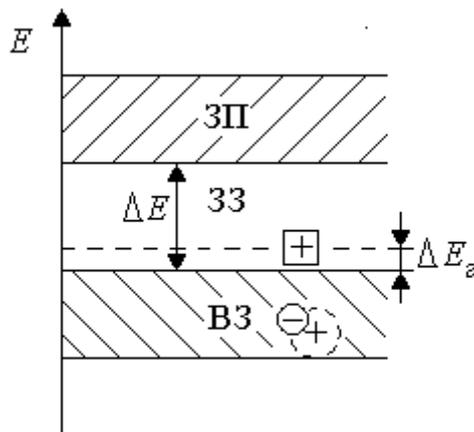
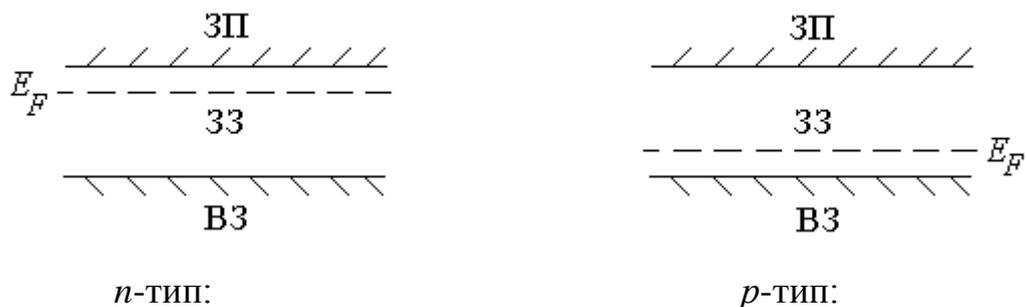


Рис. 7.10

Акцепторный уровень расположен чуть выше верхней границы валентной зоны (рис. 7.10). Чтобы в полупроводнике образовался новый носитель заряда, необходимо сообщить электрону небольшую дополнительную энергию  $\Delta E_a \ll \Delta E$ , при повышении температуры концентрация примесных носителей тока быстро достигает насыщения. Это означает, что освобождаются практически все донорные или заполняются электронами все акцепторные уровни. По мере роста температуры во все большей степени начинает сказываться собственная проводимость полупроводника, обусловленная переходом электронов непосредственно из валентной зоны в зону проводимости. Таким образом, при высоких температурах проводимость полупроводника будет складываться из примесной и собственной проводимостей. При низких температурах преобладает примесная, а при высоких – собственная проводимость. В итоге в полупроводнике возникает преобладание положительных носителей – «дырок» и полупроводник становится полупроводником ***p*-типа** (от английского *positive*), или дырочным.

### 7.6. Электронно-дырочный переход

Так называется некоторая область внутри кристалла на границе между частями полупроводника с разными типами проводимости – электронной (*n*) и дырочной (*p*), поэтому другое название этой области – ***p-n*-переход**. Пока кристаллы с разным типом проводимости не приведены в соприкосновение, их зонные диаграммы выглядят, как на рис. 7.11.



*n*-тип:  
основные носители – электроны,  
неосновные носители – «дырки»;  
преобладание электронов

*p*-тип:  
основные носители – «дырки»,  
неосновные носители – электроны;  
преобладание «дырок»

Рис. 7.11

Если между этими кристаллами создан электрический контакт и свободные носители могут переходить из одного кристалла в другой, то формируется единая система и уровень Ферми устанавливается во всех ее

частях на одной высоте. Это приводит к смещению энергетических зон, и в области контакта возникает потенциальный барьер высотой  $\varphi = eU_K$ , где  $U_K$  – контактная разность потенциалов.

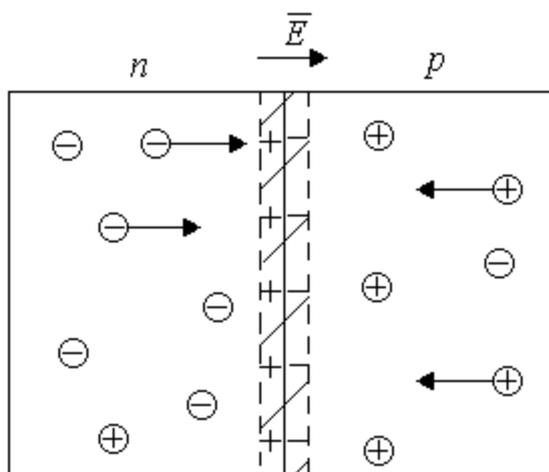


Рис. 7.12

Из-за неравенства концентраций носителей полупроводника типа  $p$  в полупроводник типа  $n$  преимущественно переходят «дырки», а из  $n$  в  $p$  – электроны. Таким образом, в области контакта образуется двойной электрический слой, создающий поле, направленное от  $n$  к  $p$ . Это поле препятствует дальнейшему проникновению носителей, т.е. создает потенциальный барьер. На рис. 7.12 заштрихованная область имеет большое электрическое сопротивление, так как обеднена носителями.

Возникший потенциальный барьер могут преодолеть только электроны, обладающие энергией, большей  $\varphi$ . Концентрация таких электронов определяется соотношением

$$n_1 = n e^{-\frac{\varphi}{kT}};$$

концентрация «дырок», способных преодолеть барьер:

$$p_1 = p e^{\frac{\varphi}{kT}},$$

где  $p$  и  $n$  – концентрации свободных носителей в отдельных кристаллах.

Зонная диаграмма при этом будет иметь вид, приведенный на рис. 7.13.

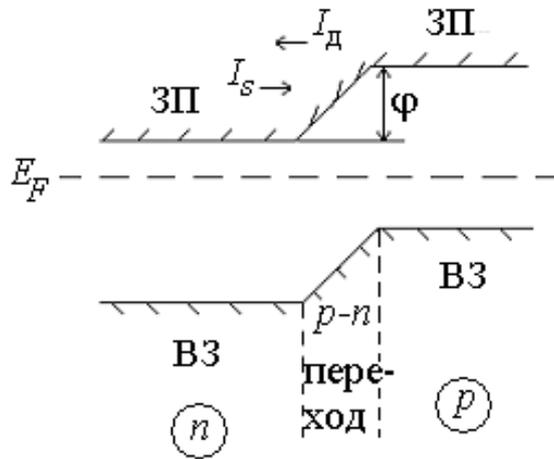


Рис. 7.13

Поток основных носителей через  $p$ - $n$ -переход создает диффузионный ток  $I_d$ , направленный в сторону кристалла  $n$ -типа. Одновременно через переход движутся неосновные носители. Они не встречают потенциального барьера, наоборот, электрическое поле в области  $p$ - $n$ -перехода способствует их движению. Поток неосновных носителей создает дрейфовый ток  $I_s$ . В условиях равновесия  $I_d$  и  $I_s$  равны по величине и обратны по направлению, так что результирующий ток через переход равен нулю:

$$I = I_d + I_s = 0.$$

Зависимость тока через переход от приложенного к нему напряжения называют его **вольт-амперной характеристикой (ВАХ)**. Напряжение, приложенное к  $p$ - $n$ -переходу, нарушает равновесие, так что ток через переход становится отличным от нуля.

Рассмотрим различные случаи приложения напряжения к переходу. Считаем внешнее напряжение положительным ( $U > 0$ ), если оно приложено плюсом к области  $p$ , а минусом к области  $n$ , и отрицательным ( $U < 0$ ), если наоборот. Положительное напряжение называется прямым, отрицательное – обратным.

Когда к переходу приложено обратное напряжение (рис. 7.14а), высота потенциального барьера увеличивается на величину  $|eU|$ , что еще более затрудняет переход основных носителей через контакт. Концентрации носителей, способных преодолеть барьер, вычисляются по следующим выражениям:

$$n_1 = n e^{-\frac{\phi + |eU|}{kT}}, \quad p_1 = p e^{-\frac{\phi + |eU|}{kT}}.$$

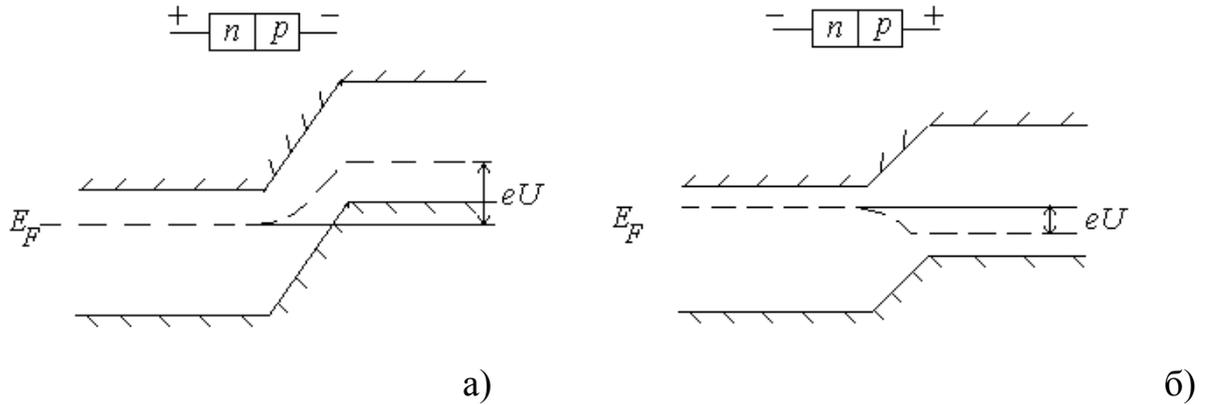


Рис. 7.14

При этом диффузионный ток  $I_d$  уменьшается, а дрейфовый  $I_s$  остается практически неизменным, поэтому результирующий ток через переход не будет равен нулю:

$$I \neq 0, \quad I = I_d - I_s$$

– это обратный ток. Он обусловлен неосновными носителями заряда, поэтому очень мал и при увеличении обратного напряжения мало отличается от нуля.

Когда к переходу приложено прямое напряжение (рис. 7.14б), высота потенциального барьера уменьшается на величину  $|eU|$ , при этом концентрации основных носителей, способных преодолеть барьер, увеличиваются и становятся равными:

$$n_1 = n e^{-\frac{\phi - |eU|}{kT}}, \quad p_1 = p e^{-\frac{\phi - |eU|}{kT}}.$$

Результирующий ток через переход растет с ростом прямого напряжения экспоненциально. Это прямой ток.

Таким образом, вольт-амперная характеристика запишется так:

$$I = I_s \left( e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right).$$

На рис. 7.15 представлено графическое изображение ВАХ  $p$ - $n$ -перехода.

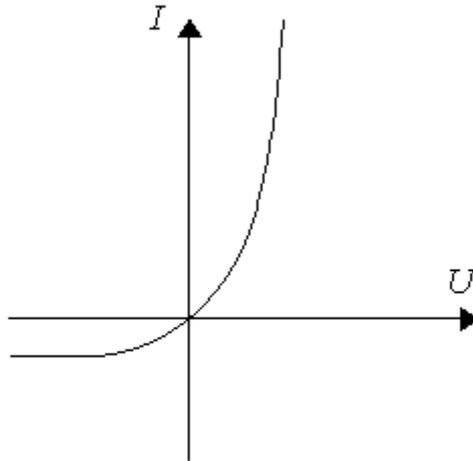


Рис. 7.15

Видно, что  $p-n$ -переход обладает выраженным вентильным эффектом, т.е. пропускает ток в прямом направлении и практически не пропускает в обратном. Это свойство перехода позволяет использовать его в выпрямляющем приборе (диод). Кристаллические диоды имеют много преимуществ перед ламповыми.

### Контрольные вопросы

1. Какие допущения лежат в основе зонной теории? Что такое приближение сильной связи?
2. Что происходит с энергетическими уровнями изолированного атома при сближении атомов? Как появляются разрешенные и запрещенные зоны?
3. Какая зона называется валентной зоной? Зоной проводимости?
4. В каком случае, с точки зрения зонной теории, тело является проводником?
5. Как расположены зоны у твердых диэлектриков?
6. В каком случае, с точки зрения зонной теории, вещество является полупроводником?
7. Как ведут себя собственные полупроводники при температурах, близких к абсолютному нулю?
8. Как зависит собственная проводимость полупроводников от температуры?
9. Что такое «дырка»? Какая проводимость называется дырочной?
10. Почему у собственного полупроводника электроны и «дырки» играют одинаковую роль в создании проводимости?
11. За счет чего возникает примесная проводимость в полупроводниках  $n$ -типа?
12. Где расположены примесные донорные уровни в полупроводниках  $n$ -типа?

13. За счет чего возникает примесная проводимость в полупроводниках *p*-типа?
14. Где расположены примесные акцепторные уровни в полупроводниках *p*-типа?
15. Что такое *p-n*-переход? Какие процессы происходят в области *p-n*-перехода?

## 8. АТОМНОЕ ЯДРО И ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

### 8.1. Основные свойства и строение ядра

Ядро – центральная часть атома, в которой сосредоточена практически вся масса атома и его положительный электрический заряд.

Атомные ядра состоят из **нуклонов** – это общее название протонов и нейтронов. Протон – это нуклон с положительным зарядом, нейтрон не имеет заряда. Заряд ядра вычисляется как  $Ze$ , где  $Z$  – порядковый номер в таблице элементов;  $e$  – заряд протона, элементарный положительный заряд. Следовательно,  $Z$  – число протонов в ядре,  $N$  – число нейтронов в ядре. Обозначение элемента с указанием чисел  $Z$  и  $N$  выглядит так:  ${}^A_Z X$ , где  $X$  – химический символ,  $A = N + Z$  – число нуклонов в ядре, называется **массовым числом**. Ядра с одинаковыми  $Z$ , но разными  $A$  называются **изотопами**, ядра с одинаковыми  $A$ , но разными  $Z$  называются **изобарами**.

Размер ядра характеризуется радиусом ядра. Это понятие имеет условный смысл, так как границы ядра размыты. Плотность ядерного вещества значительно превосходит плотности самых плотных обычных веществ, она составляет величину порядка  $10^{17}$  кг/м<sup>3</sup>.

Ядерные частицы имеют собственные магнитные моменты, однако они значительно меньше магнитных моментов электронов, поэтому магнитные свойства атома определяются в основном магнитными свойствами его электронов.

### 8.2. Энергия связи ядер

За исключением ядра атома водорода H, во всех ядрах имеется не менее двух нуклонов, между которыми существует особое ядерное взаимодействие – притяжение. Оно обеспечивает устойчивость ядер, несмотря на отталкивание одноименно заряженных протонов. **Энергия связи ядра** определяется той работой, которую необходимо совершить, чтобы расщепить ядро на составляющие его нуклоны, не сообщая им кинетической энергии.

Из закона сохранения следует, что при образовании ядра выделяется такая же энергия, которую нужно затратить, чтобы расщепить ядро. При образовании ядра происходит уменьшение его массы, объясняющееся уменьшением его энергии. Пусть  $E_{\text{св}}$  – энергия, выделившаяся при образовании ядра, тогда соответствующая ей масса равна

$$\Delta m = \frac{E_{\text{св}}}{c^2} \quad (8.1)$$

и называется **дефектом массы**.

Если ядро с массой  $M_a$  образовано из  $Z$  протонов с массой  $m_p$  и из  $(A - Z)$  нейтронов с массой  $m_n$ , то дефект массы равен

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M_a. \quad (8.2)$$

Дефект массы  $\Delta m$  служит мерой энергии связи ядра:

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - M_a]c^2. \quad (8.3)$$

При практических вычислениях массы всех частиц и атомов выражаются в атомных единицах массы:  $1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ . Одной атомной единице массы соответствует атомная единица энергии.

### 8.3. Ядерные силы

В ядрах существуют особые **ядерные силы**, не сводящиеся ни к одному из типов сил, известных в классической физике. Эти силы действуют только на расстояниях порядка  $10^{-15} \text{ м}$ . Они обладают следующими свойствами:

- 1) ядерные силы являются силами притяжения;
- 2) ядерные силы являются короткодействующими – их действие проявляется только на расстояниях, сравнимых с размерами ядра;
- 3) ядерные силы зарядов независимы, т.е. между протонами и нейтронами действуют одинаковые силы;
- 4) ядерные силы обладают свойством насыщения, т.е. нуклон в ядре может взаимодействовать только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов;
- 5) ядерные силы не являются центральными, т.е. их нельзя представить действующими по линии, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов;

б) ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов взаимодействующих нуклонов.

#### 8.4. Ядерные реакции

Ядерными реакциями называются реакции превращения атомных ядер, вызванные взаимодействием их друг с другом или с элементарными частицами. Обычно в ядерных реакциях участвуют два ядра и две частицы. Одна пара «ядро-частица» является исходной, другая пара – конечной.

Символическая запись ядерной реакции:

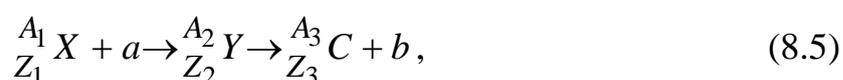


где  $A$  и  $B$  – исходное и конечное ядра;  $a$  и  $b$  – исходная и конечная частицы.

Ядерная реакция характеризуется энергией ядерной реакции  $Q$ , равной разности энергий конечной и исходной пар в реакции. Если  $Q > 0$ , то реакция идет с выделением энергии и называется **экзотермической**, если  $Q < 0$ , то реакция идет с поглощением энергии и называется **эндотермической**.

В ядерных реакциях выполняются законы сохранения энергии, импульса, электрического заряда и массовых чисел. Если кинетическая энергия вступающих в реакцию частиц достаточна для рождения нуклон-антинуклонной пары, то массовое число может изменяться.

В зависимости от характера взаимодействия частицы  $a$  с мишенью  $A$  различаются одноэтапные прямые взаимодействия, когда ядерная реакция происходит в один этап, и ядерные реакции, происходящие в два этапа с образованием составного ядра. На первом этапе налетающая частица застревает в ядре-мишени и ее энергия распределяется равномерно между всеми частицами составного ядра, так что ни одна из них не получает энергии, достаточной для вылета из ядра. Составное ядро рассматривается как возбужденная статистическая система частиц, совершающих неупорядоченные движения, подобные движению частиц в капле жидкости. В результате случайных отклонений от равномерного распределения энергии на какой-либо частице концентрируется энергия, достаточная для ее вылета из ядра. Этот второй этап происходит по истечении некоторого времени. Схема ядерной реакции, происходящей с образованием составного ядра, такова:



где  ${}_{Z_1}^{A_1}X$  – исходное ядро-мишень;  $a$  – налетающая частица;  ${}_{Z_2}^{A_2}Y$  – составное ядро;  ${}_{Z_3}^{A_3}C$  – ядро – продукт ядерной реакции;  $b$  – частица, вылетевшая из ядра в результате реакции.

### 8.5. Цепной процесс деления ядер

Тяжелое составное ядро, возбужденное при захвате нейтрона, может разделиться на две приблизительно равные части (реакция деления тяжелых ядер). Тяжелые ядра являются неустойчивыми относительно деления из-за большого количества в них протонов, испытывающих кулоновское отталкивание друг от друга. Деление тяжелого ядра сопровождается выделением огромной энергии (около 1,1 МэВ на один нуклон). Осколки деления в момент своего образования обладают избытком нейтронов над протонами. Избыточные нейтроны, испускаемые осколками, называются нейтронами деления. Среди нейтронов деления имеются мгновенные и запаздывающие нейтроны. Мгновенные нейтроны испускаются непосредственно при делении ядра за время порядка  $10^{-14}$  с. Запаздывающие нейтроны испускаются продуктами деления спустя некоторое время после деления.

Если каждый из мгновенных нейтронов, возникших в реакции деления, взаимодействуя с соседними ядрами делящегося вещества, вызывает в них реакцию деления, то происходит лавинообразное нарастание числа актов деления – **цепная реакция деления**. Условием возникновения цепной реакции является наличие размножающихся нейтронов.

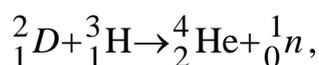
Коэффициентом размножения нейтронов  $k$  называется отношение числа нейтронов, возникающих в некотором звене реакции, к числу таких нейтронов в предшествующем звене. Условие развития цепной реакции:  $k \geq 1$ . Практическая возможность существования цепных реакций деления доказана развитием ядерной энергетики – областью техники, в которой созданы различные типы **ядерных реакторов** – устройств, где реализованы управляемые цепные реакции.

### 8.6. Термоядерные реакции

Реакции синтеза легких ядер, связанные с преодолением потенциальной энергии их отталкивания, эффективно могут протекать при сверхвысоких температурах порядка  $10^8 - 10^9$  К, превышающих

температуру центральных областей Солнца. Такие реакции называются **термоядерными** и происходят в веществе, находящемся в плазменном состоянии. Термоядерные реакции являются, по-видимому, источником энергии звезд, компенсирующим их излучение. Солнце каждую секунду излучает энергию  $3,8 \cdot 10^{26}$  Дж, что соответствует выделению энергии на единицу массы в 1 с всего  $1,88 \cdot 10^{-4}$  Дж/(с·кг). Это составляет лишь 1% от удельного выделения энергии в живом организме в процессе обмена веществ. Термоядерные реакции на Солнце могут протекать в форме термоядерных циклов, в которых выделение энергии происходит за счет превращения ядер водорода в ядра гелия.

Условия, близкие к тем, какие реализуются в недрах Солнца, были осуществлены в водородной бомбе, где происходит самоподдерживающаяся термоядерная реакция взрывного характера в смеси дейтерия и трития типа



а также типа



где  ${}^1_0n$  – нейтрон;  ${}^1_1p$  – протон.

Возможность их реализации сводится к необходимости выполнения двух требований: наличия некоторой минимальной температуры и определенного ограничения для произведения  $n\tau$ :

$$n\tau > 10^{16}, \quad T > 10^9.$$

Здесь  $n$  – концентрация вещества в плазме;  $\tau$  – время удержания частиц в плазме. Эти неравенства показывают, что число ядер, прореагировавших в термоядерной реакции, должно быть пропорционально концентрации вещества и времени существования ядра.

## 8.7. Радиоактивность

**Радиоактивностью** называется превращение неустойчивых изотопов одного химического элемента в изотопы другого элемента, сопровождающееся испусканием некоторых частиц. Различается естественная и искусственная радиоактивность. Естественной называется радиоактивность, наблюдающаяся у существующих в природе

неустойчивых изотопов, искусственная радиоактивность – это радиоактивность изотопов, полученных в результате ядерных реакций.

Основные типы радиоактивности:

1) альфа-распад – вылет  $\alpha$ -частицы – системы из двух протонов и двух нейтронов, соединенных воедино. Заряд ядра изменяется ( $Z - 2$ ), массовое число изменяется ( $A - 4$ );

2) бета-распад – взаимные превращения в ядре нейтрона и протона. Сопровождается вылетом электрона или позитрона и электронных антинейтрино или нейтрино:

$$\beta_- \text{ – распад (электронный): } {}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + \left( {}_0^0e + {}_0^0\bar{\nu}e \right),$$

$$\beta_+ \text{ – распад (позитронный): } {}_1^1p \rightarrow {}_0^1n + \left( {}_0^0e + {}_+1^0\nu e \right).$$

Здесь  ${}_0^0\nu$  и  ${}_0^0\bar{\nu}$  – электронные нейтрино и антинейтрино. В скобках указаны частицы, вылетающие из ядра. Изменение заряда ядра при  $\beta_-$ -распаде:  $Z + 1$ , при  $\beta_+$ -распаде:  $Z - 1$ . Массовое число не изменяется;

3) спонтанное деление – деление ядра обычно на два осколка, имеющих приблизительно равные массы и заряды. Заряд изменяется ( $Z - Z/2$ ), массовое число изменяется ( $A - A/2$ );

4) протонная радиоактивность – вылет из ядра протона. Заряд изменяется ( $Z - 1$ ), массовое число изменяется ( $A - 1$ ).

Обычно все типы радиоактивности сопровождаются испусканием гамма-лучей – жесткого коротковолнового электромагнитного излучения. Гамма-лучи являются основной формой уменьшения энергии возбужденных продуктов радиоактивных превращений. Ядро, испытывающее радиоактивный распад, называется материнским; возникающее дочернее ядро оказывается возбужденным, и его переход в основное состояние сопровождается испусканием  $\gamma$ -фотона.

Самопроизвольный распад атомных ядер подчиняется закону радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (8.6)$$

где  $N_0$  – количество ядер в данном объеме вещества в начальный момент времени  $t = 0$ ;  $N$  – число ядер в том же объеме к моменту времени  $t$ ;  $\lambda$  – постоянная распада, равная доле ядер, распадающихся в единицу времени.

Характеристикой устойчивости ядер относительно распада является период полураспада  $T_{1/2}$ . Так называется время, в течение которого первоначальное количество радиоактивного вещества распадается наполовину. Связь  $\lambda$  и  $T_{1/2}$ :

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (8.7)$$

Закон сохранения электрического заряда при радиоактивном распаде ядер:

$$Z_{\text{яд}}e = \sum_i Z_i e, \quad (8.8)$$

где  $Z_{\text{яд}}e$  – заряд материнского ядра;  $Z_i e$  – заряды ядер и частиц, возникающих в результате радиоактивного распада.

Правило сохранения массовых чисел:

$$A_{\text{яд}} = \sum_i A_i. \quad (8.9)$$

Правила смещения при радиоактивных  $\alpha$ - и  $\beta$ -распадах:

$$\text{при } \alpha\text{-распаде } {}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \text{He}; \quad (8.10)$$

$$\text{при } \beta\text{-распаде } {}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1} e. \quad (8.11)$$

Здесь  ${}^A_Z X$  – материнское ядро;  $Y$  – символ дочернего ядра;  ${}^4_2 \text{He}$  – ядро гелия;  ${}^0_{-1} e$  – символическое обозначение электрона.

Произведение  $A = \lambda N$  называется активностью радиоактивного вещества. Активность измеряется числом распадов ядер радиоактивного вещества в единицу времени. Единица активности в системе СИ – беккерель (Бк).

## 8.8. Элементарные частицы

Элементарными называются частицы, не имеющие внутренней структуры, являющейся соединением других стабильных частиц.

В области энергий, меньших  $2m_0c^2$  ( $m_0$  – масса покоя частицы), структура элементарных частиц не влияет на взаимодействия между ними. В этих случаях элементарные частицы рассматриваются как бесструктурные материальные точки, обладающие массой покоя, электрическим зарядом, спином и другими свойствами.

Из соотношений неопределенностей следует, что для изучения структуры элементарных частиц необходимо рассматривать процессы, происходящие на очень малых расстояниях  $\delta$ , которым соответствует

неопределенность импульса  $\Delta p \geq \hbar / \delta$ . Чем меньше расстояние  $\delta$ , связанное со структурой элементарных частиц, тем больше должен быть импульс  $p$  частицы, ибо он не может быть меньше  $\Delta p$ . Следовательно, выяснение структуры элементарных частиц возможно только в области физики высоких энергий.

В основе классификации элементарных частиц лежат их различия по массам покоя. Различаются **лептоны** (легкие частицы), **мезоны** (средние) и **барионы** (тяжелые частицы). Барионы подразделяются на нуклоны и **гипероны**.

По наличию у частиц электрического заряда различают положительные, отрицательные и нейтральные частицы.

Примеры лептонов: нейтрино, электроны, мюоны; мезонов: пионы ( $\pi^+$ -мезон,  $\pi^-$ -мезон,  $\pi^0$ -мезон); барионов: нуклоны (протон, антипротон, нейтрон, антинейтрон).

Между элементарными частицами осуществляется три типа взаимодействий: сильные, электромагнитные и слабые.

**Сильные** взаимодействия определяют процессы, происходящие с барионами, а также пионами. Сильными взаимодействиями обусловлены ядерные силы между нуклонами, а также процессы рождения и распада мезонов и гиперонов в ядерных взаимодействиях при высоких энергиях. Сильно взаимодействующие частицы называются **адронами** (крупные, массивные частицы).

**Электромагнитные** взаимодействия характеризуют процессы, обусловленные наличием у некоторых частиц электрического заряда: например, кулоновское отталкивание протонов в ядрах, процессы рождения и уничтожения электронно-позитронных пар. Электромагнитные взаимодействия являются единственными из взаимодействий микромира, которые проявляются и в макроскопических явлениях и процессах.

**Слабые** взаимодействия характеризуют процессы, происходящие с лептонами. Примером таких процессов являются бета-распады ядер, взаимодействия мюонов, электронов, нейтронов с ядрами. Слабые взаимодействия являются наиболее медленными из взаимодействий в микромире и протекают за время порядка  $10^{-10}$  с.

### Контрольные вопросы

1. Из чего состоит атомное ядро? Какой оно имеет заряд – положительный или отрицательный?
2. Чем определяются заряд ядра и его масса? Что такое изотопы? Изобары?

3. Чем определяется энергия связи ядра? Как она связана с дефектом массы?
4. Какими свойствами обладают ядерные силы?
5. Какие процессы происходят при ядерных реакциях?
6. Какие законы сохранения выполняются в ходе ядерных реакций?
7. Что такое цепная реакция деления?
8. Какое условие необходимо для возникновения цепной реакции деления?
9. Как вводится коэффициент размножения нейтронов?
10. Какие реакции называются термоядерными и где они происходят?
11. Какие термоядерные реакции происходят при взрыве водородной бомбы?
12. Какие условия должны быть выполнены для реализации термоядерной реакции?
13. Что называется радиоактивностью? Какому закону подчиняется радиоактивный распад?
14. Какие типы радиоактивности существуют?

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

#### Единицы механических величин

##### Производные единицы в СИ

Величина	Единица		
	определение	наименование	обозначение
Площадь	$S = l^2$	квадратный метр	$\text{м}^2$
Объем	$V = l^3$	кубический метр	$\text{м}^3$
Скорость	$v = \Delta l / \Delta t$	метр в секунду	$\text{м} / \text{с}$
Ускорение	$a = \Delta v / \Delta t$	метр на секунду в квадрате	$\text{м} / \text{с}^2$
Угловая скорость	$\omega = \Delta \varphi / \Delta t$	радиан в секунду	$\text{рад} / \text{с}$
Угловое ускорение	$\varepsilon = \Delta \omega / \Delta t$	радиан на секунду в квадрате	$\text{рад} / \text{с}^2$
Частота периодического процесса	$\nu = T^{-1}$	герц	Гц
Частота вращения	$\nu = T^{-1}$	секунда в минус первой степени	$\text{с}^{-1}$
Плотность	$\rho = m / V$	килограмм на кубический метр	$\text{кг} / \text{м}^3$
Сила	$F = ma$	ньютон	Н
Давление	$p = F / S$	паскаль	Па
Жесткость	$k = F / l$	ньютон на метр	Н/м
Импульс	$p = m\Delta v$	килограмм-метр в секунду	$\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}$
Импульс силы	$p = F\Delta t$	ньютон-секунда	$\text{Н} \cdot \text{с}$
Момент силы	$M = Fl$	Ньютон-метр	$\text{Н} \cdot \text{м}$
Момент импульса	$L = M\Delta t$	килограмм-метр в квадрате в секунду	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}$
Момент инерции	$J = mr^2$	килограмм-метр в квадрате	$\text{кг} \cdot \text{м}^2$
Работа; энергия	$A = Fl$	джоуль	Дж
Мощность	$N = \Delta A / \Delta t$	ватт	Вт
Динамическая вязкость	$\eta = \frac{F}{S} \frac{\Delta l}{\Delta v}$	паскаль-секунда	$\text{Па} \cdot \text{с}$
Кинематическая вязкость	$\nu = \eta / \rho$	квадратный метр в секунду	$\text{м}^2 / \text{с}$

## Единицы тепловых величин

## Производные единицы в СИ

Величина	Единица		
	определение	наименование	обозначение
Количество теплоты	$Q = A = W$	джоуль	Дж
Теплоемкость системы	$C = Q / \Delta T$	джоуль на кельвин	Дж/К
Энтропия системы	$S = \Delta Q / T$	джоуль на кельвин	Дж/К
Удельная теплоемкость	$c = Q / m \Delta T$	джоуль на килограмм-кельвин	Дж / (кг · К)
Удельная энтропия	$s = S / m$	джоуль на килограмм-кельвин	Дж / (кг · К)
Удельная теплота фазового превращения	$q = Q / m$	джоуль на килограмм	Дж/кг
Температурный градиент	$\text{grad}T = \Delta T / \Delta l$	кельвин на метр	К/м
Тепловой поток	$\Phi = \Delta Q / \Delta t$	ватт	Вт
Плотность теплового потока	$q = \Phi / S$	ватт на квадратный метр	Вт / м <sup>2</sup>
Теплопроводность	$\lambda = \frac{Q}{\Delta t S \Delta T / \Delta l}$	ватт на метр-кельвин	Вт / (м · К)
Температуропроводность	$a = \lambda / c\rho$	квадратный метр в секунду	м <sup>2</sup> / с
Коэффициент теплообмена	$\alpha = \Phi / S \Delta T$	ватт на квадратный метр-кельвин	Вт / (м <sup>2</sup> · К)

### Единицы электрических и магнитных величин

Величина	Единица		
	определение	наименование	обозначение
Количество электричества (электрический заряд)	$q = It$	кулон	Кл
Поток электрического смещения	$N_D = \sum q$	кулон	Кл
Линейная плотность электрического заряда	$\tau = q/l$	кулон на метр	Кл/м
Поверхностная плотность электрического заряда	$\sigma = q/S$	кулон на квадратный метр	Кл/м <sup>2</sup>
Электрическое смещение	$D = \sigma$	кулон на квадратный метр	Кл/м <sup>2</sup>
Объемная плотность электрического заряда	$\delta = q/V$	кулон на кубический метр	Кл/м <sup>3</sup>
Разность потенциалов; электродвижущая сила	$U = A/q$	вольт	В
Напряженность электрического поля	$E = U/l$	вольт на метр	В/м
Электрическое сопротивление	$R = U/I$	ом	Ом
Электрическая проводимость	$G = 1/R$	сименс	См
Удельное электрическое сопротивление	$\rho = RS/l$	134м-метр	Ом · м
Удельная электрическая проводимость	$\sigma = 1/\rho$	сименс на метр	См/м
Электрическая емкость	$C = q/U$	фарад	Ф
Плотность тока	$j = I/S$	ампер на квадратный метр	А/м <sup>2</sup>
Магнитный поток	$ d\Phi  = \varepsilon dt$	вебер	Вб
Магнитная индукция	$B = \Phi/S$	тесла	Тл
Индуктивность	$ L  = \frac{\varepsilon}{dI/dt}$	генри	Гн
Напряженность магнитного поля	$H = I/2\pi\tau$	ампер на метр	А/м
Магнитный момент	$p = IS$	ампер-квадратный метр	А · м <sup>2</sup>

### Основные физические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Скорость звука в воздухе при нормальных условиях	$v_{\text{зв}} = 331,36 \text{ м/с}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,5663706144 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Постоянная Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Отношение массы протона к массе электрона	$m_p / m_e = 1836,15152$
Элементарный заряд	$e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Отношение заряда электрона к его массе	$e / m_e = 1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Фарадея	$F = 96,48456 \cdot 10^3 \text{ Кл/моль}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,31441 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 22,41383 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Нормальное атмосферное давление	$p_0 = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$
Ускорение свободного падения	$g = 9,80665 \text{ м/с}^2$

### Некоторые астрономические величины

Радиус Земли	$6,378164 \cdot 10^6$ м
Средняя плотность Земли	$5,518 \cdot 10^3$ кг/м <sup>3</sup>
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,9599 \cdot 10^8$ м
Средняя плотность Солнца	$1,41 \cdot 10^3$ кг/м <sup>3</sup>
Масса Солнца	$1,989 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние до Луны	$3,844 \cdot 10^8$ м
Среднее расстояние до Солнца (астрономическая единица)	$1,49598 \cdot 10^{11}$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27 сут 7 ч 43 мин

### Свойства некоторых твердых тел

Вещество	Плотность, $10^3$ кг/м <sup>3</sup>	Температура плавления, °С	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К )	Удельная теплота плавления, кДж/кг	Температурный коэффициент линейного расширения, $10^{-5}$ К <sup>-1</sup>
Алюминий	2,6	659	896	322	2,3
Железо	7,9	1530	500	272	1,2
Латунь	8,4	900	386	-	1,9
Лед	0,9	0	2100	335	-
Медь	8,6	1100	395	176	1,6
Олово	7,2	232	230	58,6	2,7
Платина	21,4	1770	117	113	0,89
Пробка	0,2	-	2050	-	-
Свинец	11,3	327	126	22,6	2,9
Серебро	10,5	960	234	88	1,9
Сталь	7,7	1300	460	-	1,06
Цинк	7,0	420	391	117	2,9

**Свойства некоторых жидкостей**  
(при 20 °С)

Вещество	Плотность, $10^3 \text{ кг/м}^3$	Удельная теплоемкость, Дж/(кг · К)	Поверхностное натяжение, Н/м
Бензол	0,88	1720	0,03
Вода	1,00	4190	0,073
Глицерин	1,20	2430	0,064
Касторовое масло	0,90	1800	0,035
Керосин	0,80	2140	0,03
Ртуть	13,60	138	0,5
Спирт	0,79	2510	0,02

Приложение 8

**Диэлектрическая проницаемость диэлектриков**

Воск	7,8	Парафин	2	Эбонит	2,6
Вода	81	Слюда	6	Парафинированная бумага	2
Керосин	2	Стекло	6		
Масло	5	Фарфор	6		

Приложение 9

**Удельное сопротивление проводников (при 0 °С),**  
**мкОм · м**

Алюминий	0,025	Нихром	100
Графит	0,039	Ртуть	0,94
Железо	0,087	Свинец	0,22
Медь	0,017	Сталь	0,10

**Работа выхода электронов из металла, эВ**

W	4,5	Ag	4,74
W + Cs	1,6	Li	2,4
W + Th	2,63	Na	2,3
Pt + Cs	1,40	K	2,0
Pt	5,3	Cs	1,9

**Показатели преломления некоторых веществ**

Алмаз	2,42	Сероуглерод	1,63
Вода	1,33	Скипидар	1,48
Лед	1,31	Стекло	1,5-1,9

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. Изд-во 3-е, испр. и доп. – СПб.: Книжный Мир, 2003. – 328 с.
2. Зуева О.С., Килеев А.И. Электричество и магнетизм. Установочные лекции по курсу «Физика». Для студентов-заочников всех специальностей. Казань: КГЭУ, 2003. – 56 с.
3. Зуева О.С., Килеев А.И. Электричество и магнетизм. Краткий курс лекций по физике. Для студентов заочной и очно-заочной формы обучения. Казань: КГЭУ, 2006. – 80 с.
4. Зуева О.С., Килеев А.И., Зуев Ю.С. Оптика. Основы квантовой и атомной физики. Установочные лекции по курсу «Физика». Для студентов-заочников всех специальностей. Казань: КГЭУ, 2004. – 64 с.
5. Курс физики: Учебник для вузов: В 2 т. Т. 2/Под ред. В.Н. Лозовского – СПб: Изд-во «Лань», 2001. – 592 с.
6. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм: Учеб. пособие для втузов. М.: ООО «Издательство Астрель. АСТ», 2002. – 228 с.
7. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество: Учеб. пособие для вузов. М.: МФТИ, 2002. -
8. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.4. Оптика. Учеб. пособие для вузов. М.: МФТИ, 2002. -
9. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2003. – 541 с.
10. Яворский Б.Н., Детлаф А.А. Справочник по физике. М.: Наука, 1985. – 512 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ.....	3
1.1. Магнитное поле. Вектор индукции магнитного поля.....	3
1.2. Силы Ампера.....	5
1.3. Закон Био-Савара_Лапласа. Напряженность магнитного поля.....	6
1.4. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме.....	8
1.5. Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля....	9
1.6. Сила Лоренца.....	10
1.3. Принцип действия циклических ускорителей заряженных частиц.....	11
1.8. Явление Холла.....	12
1.9. Явление электромагнитной индукции.....	14
1.10. Самоиндукция. Индуктивность.....	15
1.11. Энергия магнитного поля.....	16
Контрольные вопросы .....	17
2. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ.....	18
2.1. Магнитные моменты атомов.....	18
2.2. Магнитное поле в веществе.....	19
2.3. Напряженность магнитного поля. Относительная магнитная проницаемость.....	21
2.4. Диамагнетики.....	22
2.5. Парамагнетики.....	22
2.6. Ферромагнетики.....	23
2.7. Понятие о природе ферромагнетизма. Антиферромагнетики.....	25
2.8. Магнитное поле в сверхпроводниках.....	26
2.9. Основы теории Максвелла для электромагнитного поля....	27
2.10. Второе уравнение Максвелла. Ток смещения.....	28
2.11. Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля.....	30
2.12. Относительность электрической и магнитной составляющих электромагнитного поля.....	31
Контрольные вопросы.....	31
3. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ.....	32
3.1. Колебательный контур.....	32
3.2. Свободные незатухающие колебания.....	34
3.3. Свободные затухающие колебания.....	35
3.4. Волновые процессы.....	36
3.5. Электромагнитные волны.....	37
3.7. Энергия электромагнитных волн.....	39

Контрольные вопросы.....	40
4. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА.....	41
4.1. Световые волны.....	41
4.2. Интерференция световых волн.....	44
4.3. Когерентность и ее осуществление.....	45
4.4. Способы наблюдения интерференции света.....	46
4.5. Некоторые примеры применения интерференции света.....	48
4.6. Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля.....	49
4.7. Метод зон Френеля.....	50
4.8. Дифракция на круглом отверстии и диске.....	52
4.9. Естественный и поляризованный свет.....	55
4.10. Поляризация при отражении и преломлении.....	56
4.11. Двойное лучепреломление.....	57
Контрольные вопросы.....	59
5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ВЕЩЕСТВОМ.....	60
5.1. Дисперсия света.....	60
5.2. Электронная теория дисперсии света.....	61
5.3. Поглощение и рассеяние света.....	64
5.4. Тепловое излучение и его характеристики.....	65
5.5. Закон Кирхгофа. Абсолютно черное тело.....	67
5.6. Законы теплового излучения абсолютно черного тела.....	68
5.7. Фотоэффект.....	70
5.8. Масса и импульс фотона. Двойственная природа света.....	73
Контрольные вопросы.....	75
6. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ.....	76
6.1. Двойственная корпускулярно-волновая природа микрообъектов.....	76
6.2. Вероятностный смысл волн де Бройля.....	77
6.3. Волновая функция.....	78
6.4. Соотношение неопределенностей.....	79
6.5. Уравнение Шредингера.....	81
6.6. Туннельный эффект.....	82
6.7. Линейный гармонический осциллятор.....	84
6.8. Теория атома водорода по Бору.....	87
6.9. Атом водорода в квантовой механике.....	91
6.10. Механический и магнитный моменты электрона в атоме..	94
6.11. Принцип Паули.....	96
6.12. Периодическая система элементов Менделеева.....	97
6.13. Спонтанное и вынужденное излучение.....	100
6.14. Оптическое усиление в среде с инверсной заселенностью.	101
6.15. Лазеры.....	103

6.16. Принцип тождественности микрочастиц. Бозоны и фермионы.....	105
6.17. Понятие о квантовых статистиках Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака.....	106
Контрольные вопросы.....	109
7. ЗОННАЯ ТЕОРИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ.....	110
7.1. Основы зонной теории.....	110
7.2. Металлы, диэлектрики, полупроводники с точки зрения зонной теории.....	112
7.3. Собственная проводимость полупроводников.....	113
7.4. Примесная проводимость полупроводников <i>n</i> -типа.....	115
7.5. Примесная проводимость полупроводников <i>p</i> -типа.....	116
7.6. Электронно-дырочный переход.....	118
Контрольные вопросы.....	122
8. АТОМНОЕ ЯДРО И ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ.....	123
8.1. Основные свойства и строение ядра.....	123
8.2. Энергия связи ядер.....	123
8.3. Ядерные силы.....	124
8.4. Ядерные реакции.....	125
8.5. Цепной процесс деления ядер.....	126
8.6. Термоядерные реакции.....	126
8.7. Радиоактивность.....	127
8.8. Элементарные частицы.....	129
Контрольные вопросы.....	130
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	132
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	139
ОГЛАВЛЕНИЕ.....	140

**Зуева Ольга Стефановна, Килеев Анвар Исмагилович,  
Матухин Вадим Леонидович, Зуев Юрий Федорович**

**ФИЗИКА. ЧАСТЬ 2**

Учебное пособие

для студентов-заочников ускоренной и сокращенной форм обучения

(Кафедра физики КГЭУ)

Редактор издательского отдела Н.Г. Приклонская

Изд. Лиц. ИД № 03480 от 08.12.00. Подписано в печать . . . .

Формат 60x84/16. Гарнитура «Times». Вид печати РОМ.

Физ. печ. л. 9,0. Усл. печ. л. 8,4. Уч.-изд. л. 9,3.

Тираж 450 экз. Заказ №

Издательский отдел КГЭУ  
420066, Казань, Красносельская, 51

Типография КГЭУ  
420066, Казань, Красносельская, 51