

## ЛЕКЦИЯ 4

### **4 ПОВЕРХНОСТИ**

#### **4.1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ**

#### **4.2 ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ПОВЕРХНОСТИ**

#### **4.3 СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ**

#### **4.4 КЛАССИФИКАЦИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

#### **4.5 ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ**

##### **4.5.1 ПРЯМОЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДР**

##### **4.5.2 ПРЯМОЙ КРУГОВОЙ КОНУС**

##### **4.5.3 СФЕРА**

##### **4.5.4 ТОР (САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ)**

#### **4.6 ГРАННЫЕ ПОВЕРХНОСТИ**

##### **4.6.1 МНОГОГРАННИКИ**

###### **4.6.1.1 ПРИЗМА**

###### **4.6.1.2 ПИРАМИДА**

#### **4.7 ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

##### **4.7.1 ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ**

###### **4.7.1.1 ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ**

###### **4.7.1.2 ОБЩИЙ СЛУЧАЙ**

###### **4.7.1.2.1 ПРИМЕНЕНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ СЕКУЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ**

###### **4.7.1.2.2 ПРИМЕНЕНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ СФЕР**

###### **4.7.1.3 ОСОБЫЙ СЛУЧАЙ (САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ)**

##### **4.7.2 ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ГРАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

## 4 ПОВЕРХНОСТИ

### 4.1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ

**Поверхность** – множество последовательных положений некоторой движущейся по определенному закону линии или другой поверхности в пространстве (рис. 4.1). Линию, перемещающуюся в пространстве и образующую поверхность, называют *образующей*  $l$ . Линию, по которой перемещается образующая, называется *направляющей*  $m$ .

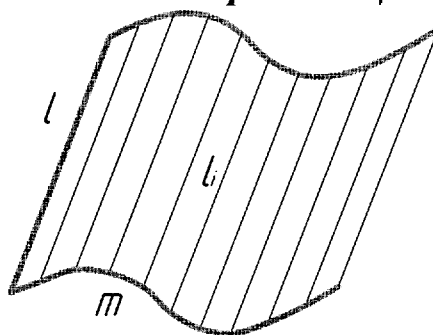


Рис. 4.1

Образующие и направляющие образуют непрерывный *каркас поверхности*. То есть через каждую точку поверхности можно провести две линии каркаса: образующую  $l$  и направляющую  $m$ .

### 4.2 ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ПОВЕРХНОСТИ

Совокупность условий, задающих поверхность, называется *определителем поверхности*. Определитель поверхности состоит из двух частей:

*геометрической*, задающей геометрические элементы поверхности (направляющие и образующая), которые могут принадлежать поверхности (точки, линии) и не принадлежать (ось, центр вращения);

*алгоритмической*, определяющей соотношение между направляющей и образующей (перечень операций, посредством которых определяется образование поверхности).

### 4.3 СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ

Поверхность на эюре может быть задана двумя способами:

– проекциями определителя поверхности (цилиндрическая поверхность – образующей и осью);

– проекциями очерковых линий.

**Очерк поверхности** – проекция контура видимости (фронтальный, горизонтальный, профильный очерк)

Первый способ задания поверхности не нагляден. Поверхности задаются вторым способом, т.е. посредством очерков.

#### 4.4 КЛАССИФИКАЦИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

По виду образующей поверхности делятся на *линейчатые и нелинейчатые*.

Поверхность, которая может быть образована прямой линией, называется *линейчатой поверхностью*.

Линейчатые поверхности в свою очередь делятся на *развертываемые и неразвертываемые*.

**Развертываемая** поверхность – поверхность, которая может быть развернута так, что она всеми своими точками совместится с плоскостью без каких-либо повреждений поверхности (разрывов или складок). К развертываемым поверхностям относятся только такие *линейчатые поверхности, у которых смежные прямолинейные образующие параллельны или пересекаются между собой, или являются касательными к некоторой пространственной кривой*. Развертываемые поверхности – *цилиндрические, конические, с ребром возврата*.

**Неразвертываемая** поверхность – поверхность, которую невозможно совместить с плоскостью без каких-либо повреждений поверхности (складок или разрывов). К таким поверхностям можно отнести цилиндроид, коноид, гиперболический параболоид.

По закону движения образующей поверхности делятся на *винтовые, с плоскостью параллелизма, параллельного переноса, вращения*.

#### 4.5 ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

На рисунке 4.2 изображена поверхность вращения, полученная вращением произвольной кривой  $l$  вокруг оси вращения  $i$ .

Каждая точка образующей  $l$  при вращении вокруг оси  $i$  описывает окружность с центром на оси вращения. Эти окружности называются *параллелями*.

Наибольшую параллель называют *экватором*, наименьшую – *горлом*.

Плоскости  $\alpha$ , проходящие через ось поверхности вращения, называют *меридиональными*, а линии, по которым они пересекают поверхность, *меридианами*.

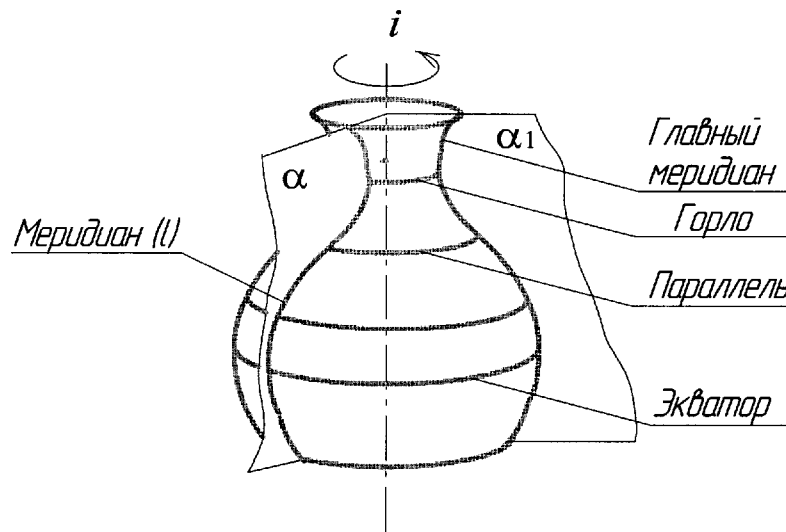


Рис. 4.2

Меридиональную плоскость  $\alpha_1$ , параллельную плоскости проекций, принято называть *главной меридиональной плоскостью*, а линию ее пересечения с поверхностью вращения – *главным меридианом*.

*Положение точки на поверхности вращения определяют с помощью окружности, проходящей через эту точку на поверхности вращения (параллель). В случае линейчатой поверхности для этой цели возможно применение и прямолинейных образующих.*

#### 4.5.1 Прямой круговой цилиндр

На рисунке 4.3 показан эпюр прямого кругового цилиндра горизонтальным, фронтальным и профильным очерками. Фронтальный и профильный очерки – прямоугольники, горизонтальный – окружность. Показано построение нескольких точек.

#### 4.5.2 Прямой круговой конус

На рисунке 4.4 показан эпюр прямого кругового конуса горизонтальным, фронтальным и профильным очерками. Фронтальный и профильный очерки – треугольники, горизонтальный – окружность.

Показано построение нескольких точек.

#### 4.5.3 Сфера

Сфера образуется вращением окружности вокруг оси  $i$ , проходящей через центр окружности  $O$ . На рисунке 4.5 представлен эпюр сферической

поверхности. На всех трех проекциях сфера изображается в виде окружностей. Показано построение нескольких точек.

4.5.4 Тор  
(САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ)

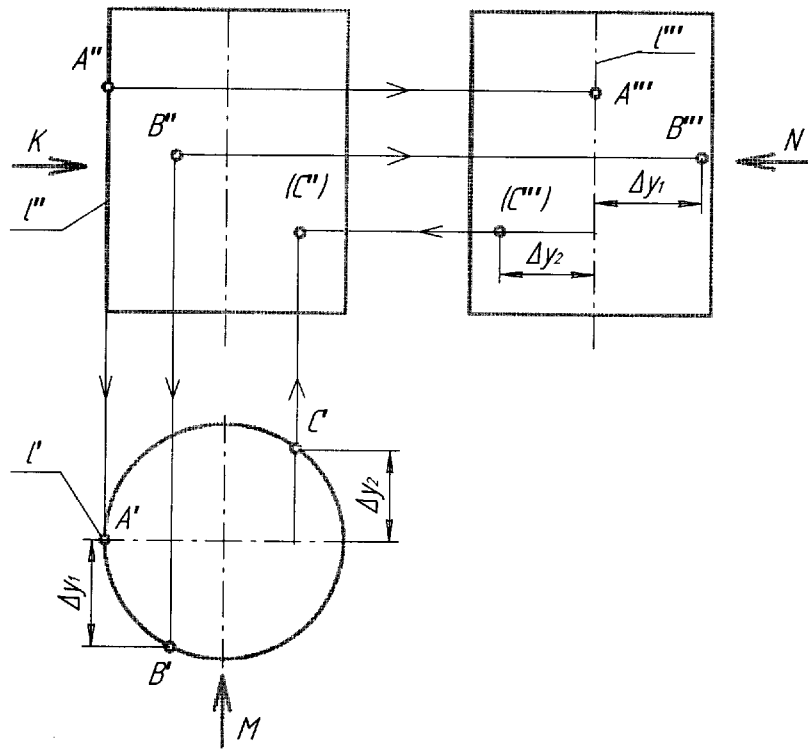


Рис. 4.3

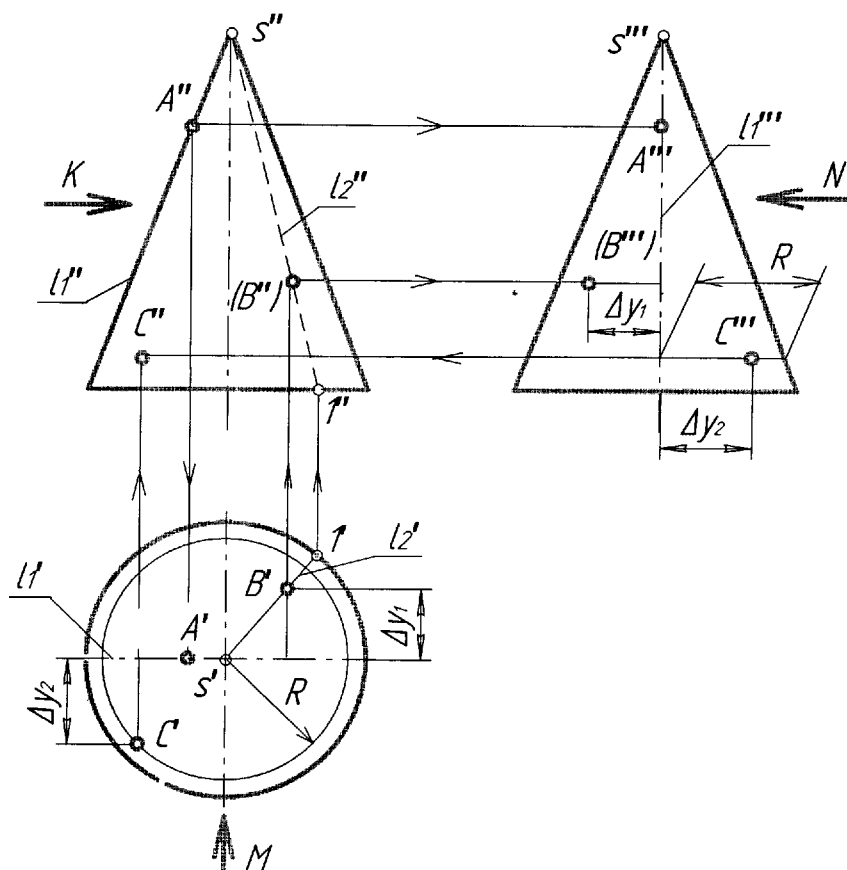


Рис. 4.4

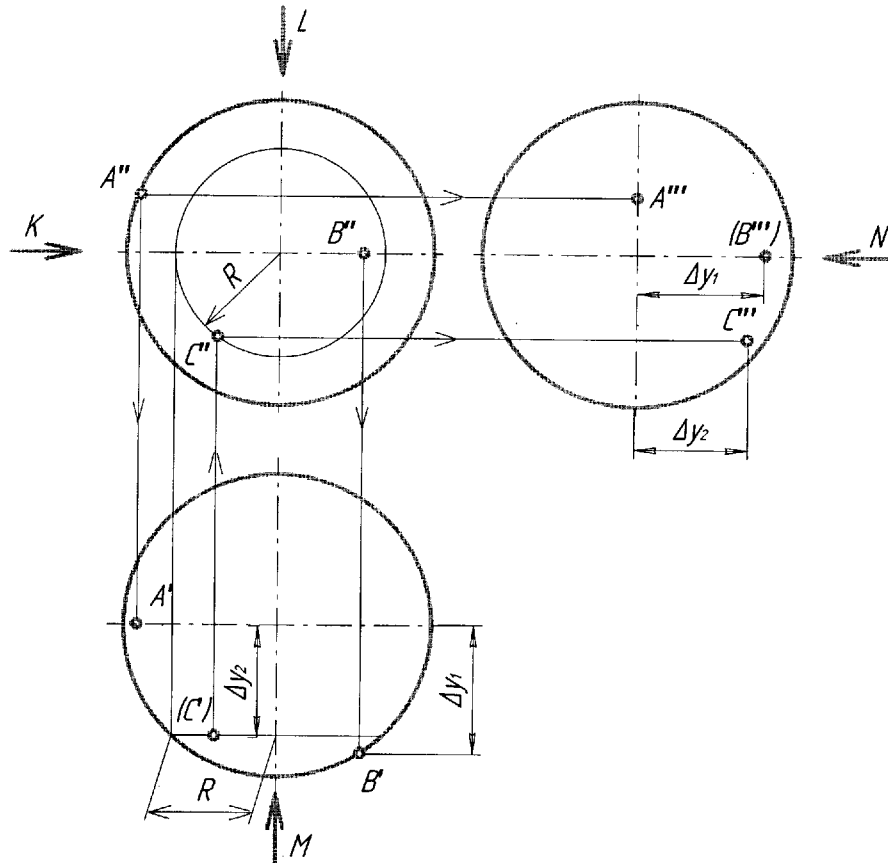


Рис. 4.5

#### 4.6 ГРАННЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Гранные поверхности получают­ся перемещением прямолинейной образующей по ломаной линии – направляющей. Если образующие всегда параллельны, направляющая – одна ломаная линия, получается призматическая поверхность (рис. 4.6), если все прямолинейные образующие имеют общую неподвижную точку – вершину, получается пирамидальная поверхность (рис.4.7). Гранные поверхности можно рассматривать как поверхности, состоящие из нескольких плоскостей.

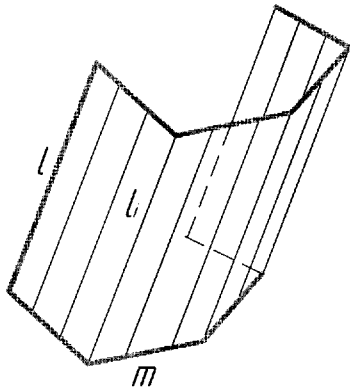


Рис. 4.6

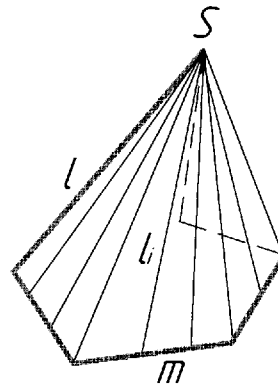


Рис. 4.7

### 4.6.1 МНОГОГРАННИКИ

**Многогранником** называется поверхность, состоящая из нескольких плоскостей, если она может ограничивать некоторое тело.

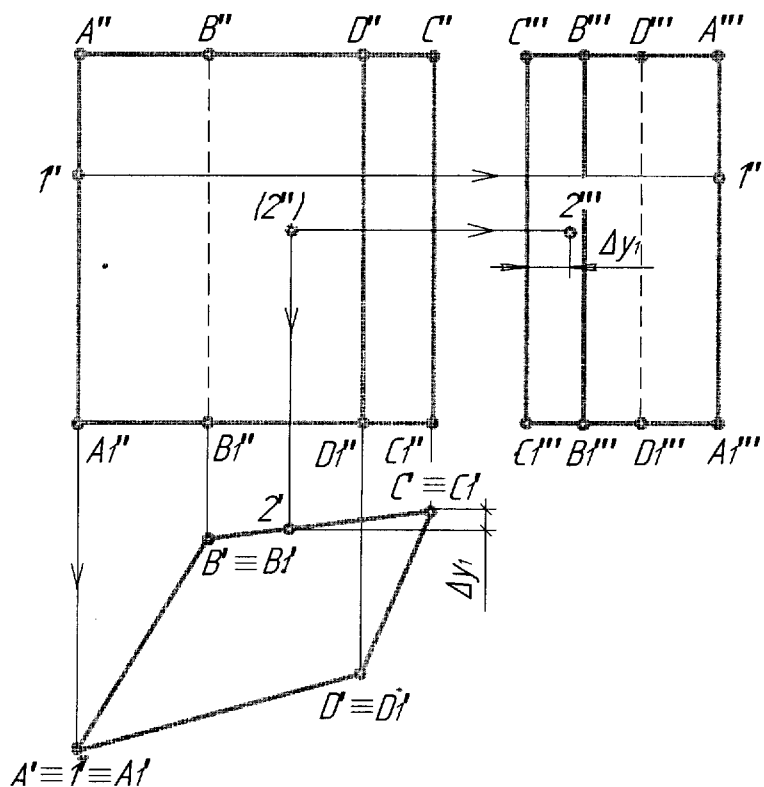
Плоские многоугольники, ограничивающие многогранник, являются его **гранями**, а линии пересечения граней (стороны многоугольников) – его **ребрами**. Концы ребер называются **вершинами** многогранника.

**Пирамидой** называется такой многогранник, основание которого представляет собой любой многоугольник, а остальные грани треугольники, имеющие общую вершину  $S$ .

**Призмой** называется такой многоугольник, две грани которого (основания) – равные многоугольники с параллельными сторонами, расположенные в параллельных плоскостях, а другие грани (боковые) – параллелограммы.

#### 4.6.1.1 Призма

На рисунке 4.8 дан эпор прямой четырехгранной призмы (ребра призмы



перпендикулярны ее основанию). Показано построение ряда точек, принадлежащих ребрам и граням призмы.

Рис. 4.8

### 4.6.1.2 Пирамида

На рисунке 4.9 дан эпюр прямой четырехгранной пирамиды. Показано построение ряда точек, принадлежащих ребрам и граням пирамиды.

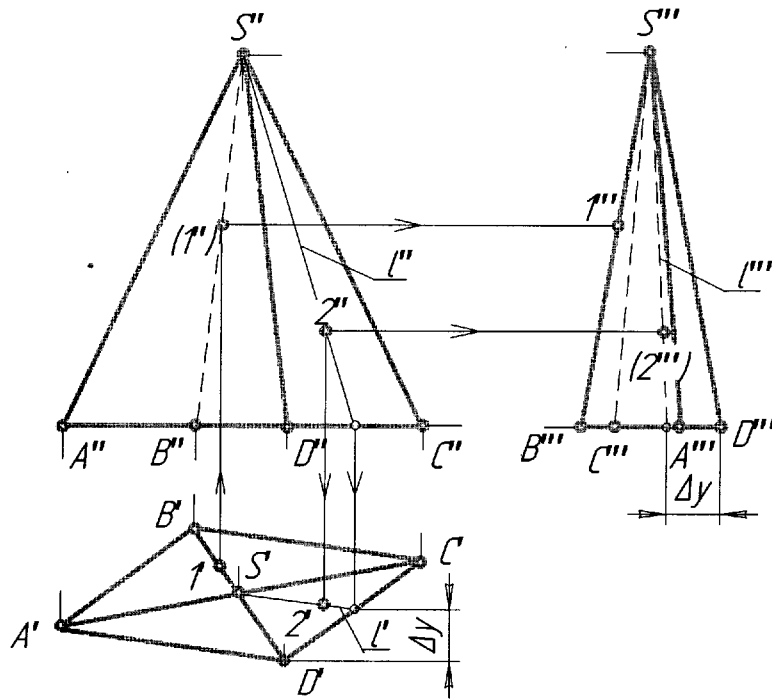


Рис. 4.9

## 4.7 ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Форма большинства сложных деталей приборов и машин образована комбинацией различных элементарных тел, расположенных в пространстве так, что поверхности их пересекаются между собой. Поэтому важным этапом конструирования таких деталей является определение границ исходных поверхностей, которыми и являются линии их взаимного пересечения.

### 4.7.1 ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ

В общем случае линию пересечения двух поверхностей между собой строят по точкам, которые находят с помощью вспомогательных секущих поверхностей (или плоскостей).

**Общее правило построения линии пересечения поверхностей:**



- выбирают вид вспомогательной поверхности;
- строят линии пересечения вспомогательных поверхностей с заданными поверхностями;
- находят точки пересечения построенных линий и соединяют их между собой плавной кривой.

В качестве вспомогательных поверхностей выбирают такие, линии пересечения которых с заданными поверхностями проецируются в графически простые линии – прямые и окружности. В качестве вспомогательных поверхностей можно, например, использовать плоскости или сферы.

При построении линии пересечения могут использоваться способы преобразования чертежа, если это упрощает и уточняет построение.

Пересечение поверхностей может быть сведено к трем случаям:

**Общий.** Ни одна из поверхностей не является проецирующей.

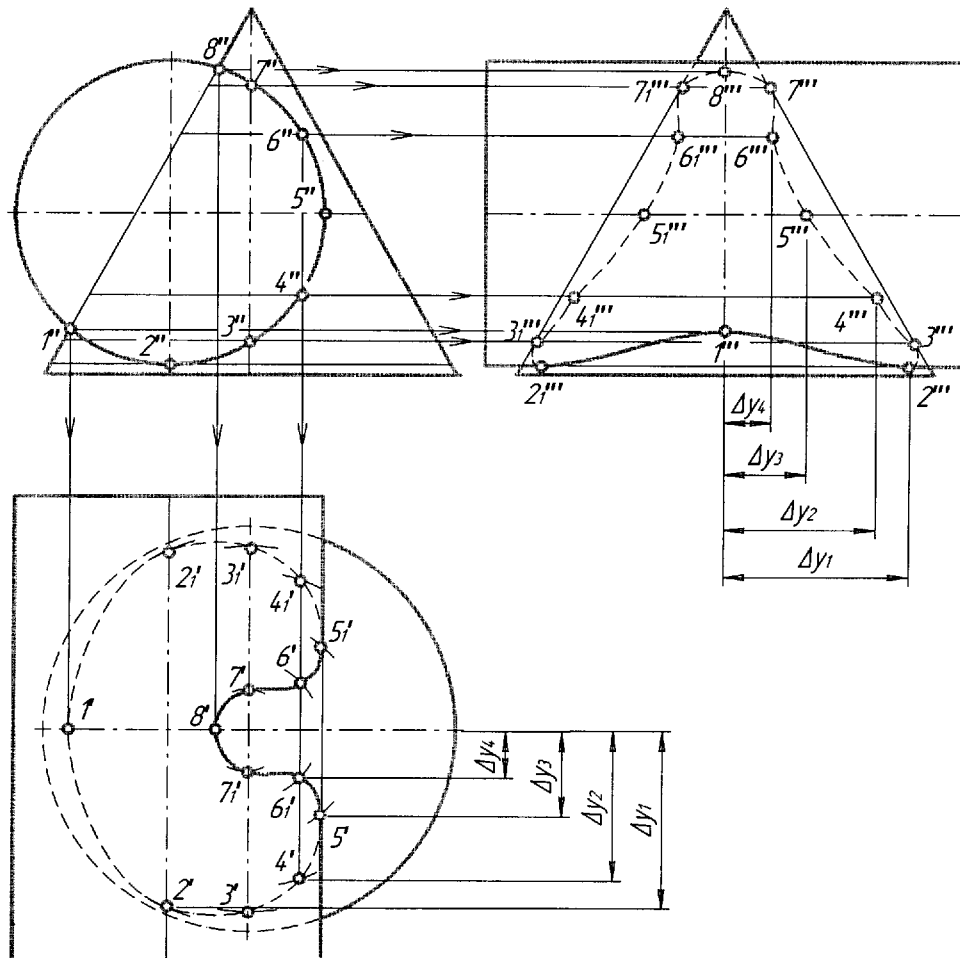
**Частный.** Одна из поверхностей является проецирующей

**Особый.** Пересекающиеся поверхности второго порядка описаны вокруг общей сферы.

#### 4.7.1.1 Частный случай

*Одна из поверхностей является проецирующей*

На рисунке 4.10 показано построение линии пересечения конуса с фронтально проецирующим цилиндром.



### 4.7.1.2 Общий случай

*Ни одна из поверхностей не является проецирующей*

#### 4.7.2.1 Применение вспомогательных секущих плоскостей

На рисунке 4.11 показано построение линии пересечения сферы с конусом с применением вспомогательных секущих плоскостей.

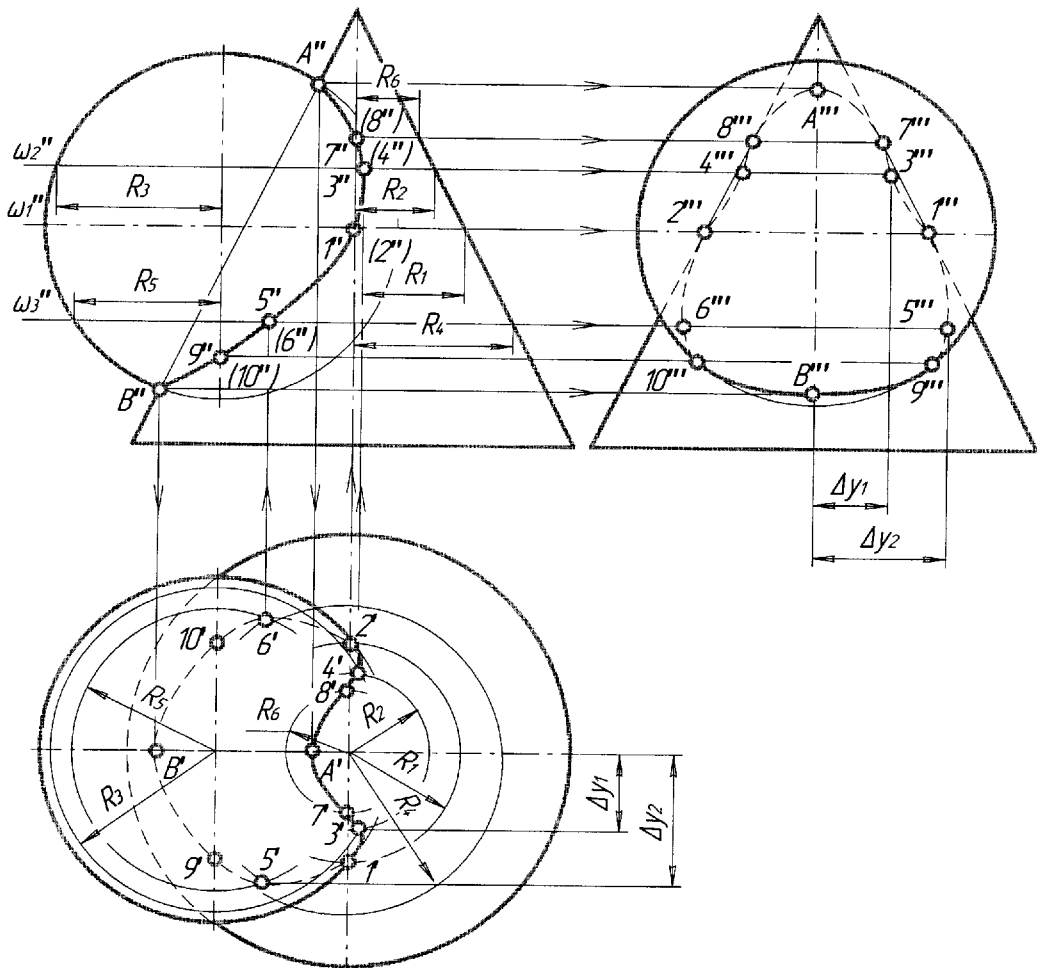


Рис. 4.11

Рис. 4.12

### 4.7.1.3 Особый случай

*Две поверхности 2-го порядка описаны вокруг третьей поверхности 2-го порядка (сферы)  
(САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ)*

### 4.7.2 ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ГРАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В случае в пересечении многогранников получается пространственная замкнутая ломаная линия, в некоторых случаях может оказаться плоской.

При построении линии пересечения применяют два способа или их комбинации:

1. Строят точки пересечения ребер одного многогранника с гранями другого и ребер второго с гранями первого. Через точки в определенной последовательности проводят ломаную линию пересечения (отрезки проводят через точки, которые лежат на одной грани). Задача решается как пересечение прямой с плоскостью.

2. Строят отрезки прямых, по которым грани одной поверхности пересекают грани другой поверхности. Задача решается как пересечение плоскостей.

На рисунке 4.13 показано наглядное изображение пересечения призмы с пирамидой.

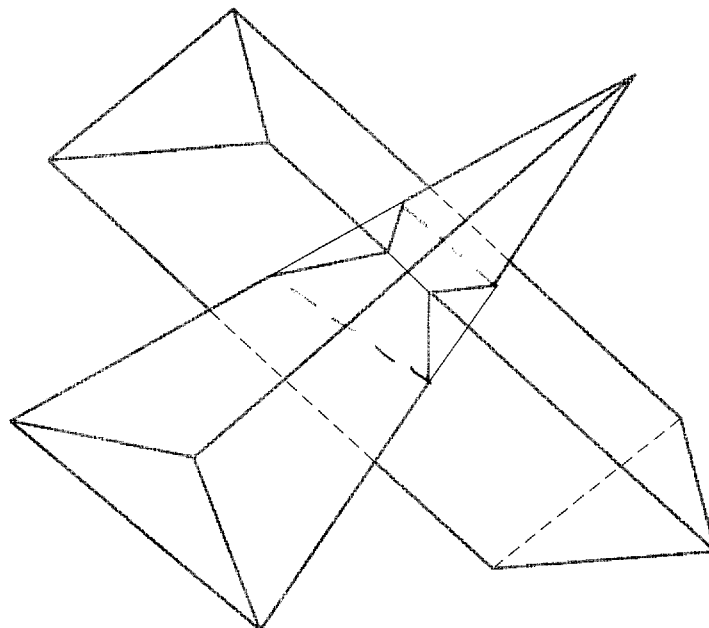


Рис. 4.13

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Гордон В.О., Семенцев-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 2000, С. 107 – 124., С.137 – 153, С. 194 – 210, С. 217 – 223.
2. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 1999, С. 37 – 39, С59, С.87 – 96.
3. Левицкий В.С. Машиностроительное черчение и автоматизация выполнения чертежей. М.: Высш. шк., 2001, С. 86 – 97.
4. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение. М.: ВЛАДОС, 1999, С. 80 – 83, С. 93 – 106, С. 128 – 134, С. 138 -139, С. 140 -142.

**ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

1. Гордон В.О., Семенцев-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 2000, С. 153 – 156, С. 203 - 204.
2. Левицкий В.С. Машиностроительное черчение и автоматизация выполнения чертежей. М.: Высш. шк., 2001, С. 97 – 101.
3. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 1999, С. 64, С. 96 – 97.
4. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение. М.: ВЛАДОС, 1999, С. 102 – 103.