ЛЕКЦИЯ 8

8 АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ ДЕТАЛЕЙ

Аксонометрические изображения широко применяются благодаря хорошей наглядности и простоте построений.

Слово «аксонометрия» в переводе с греческого означает измерение по осям. Аксонометрический метод может сочетаться и с параллельным, и с центральным проецированием при условии, что предмет проецируется вместе с координатной системой.

Сущность метода параллельного аксонометрического проецирования заключается в том, что предмет относят к некоторой системе координат и затем проецируют параллельными лучами на плоскость вместе с координатной системой.

Коэффициентом искажения называется отношение длинны проекции отрезка оси на картине к его истинной длине.

Так по оси x^* коэффициент искажения составляет $u=0^*x^*/0x$, а по оси y^* и z^* соответственно $v=0^*y^*/0y$ и $\omega=0^*z^*/0z$.

В зависимости от отношения коэффициентов искажения аксонометрические проекции могут быть:

Изометрическими, если коэффициенты искажения по всем трем осям равны между собой; в этом случае $u=v=\omega$;

Диметрическими, если коэффициенты искажения по двум любым осям равны между собой, а по третьей – отличается от первых двух;

Триметрическими, если все три коэффициента искажения по осям различны.

8.1 СТАНДАРТНЫЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

Согласно ГОСТ 2.317-69, из прямоугольных аксонометрических проекций рекомендуется применять прямоугольные ***изометрию*** и ***диметрию***.

Между коэффициентами искажения и углом **φ**, образованным направлением проецирования и картинной плоскостью, существует следующая зависимость:

$$u^2 + v^2 + \omega^2 = 2 + ctq^2\varphi,$$

если $\varphi = 90^o$, *то* $u^2 + v^2 + \omega^2 = 2$,

В изометрии $u = v = \omega$ и, следовательно, $3\,u^2 = 2$, откуда $u = \sqrt{2/3} \approx 0{,}82$.

Таким образом, в прямоугольной изометрии размеры предмета по всем трем измерениям сокращаются на 18 %. ГОСТ рекомендует изометрическую проекцию строить без сокращения по осям координат (рис.8.1), что соответствует увеличению изображения против оригинала в 1,22 раза.

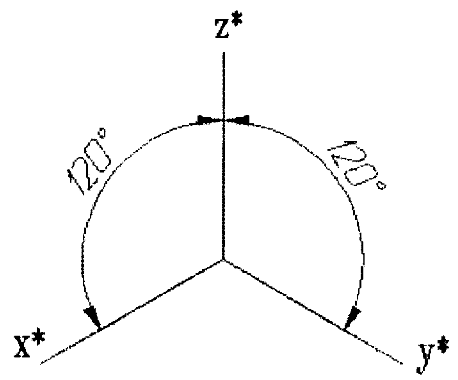

Рис. 8.1. Расположение осей в изометрии

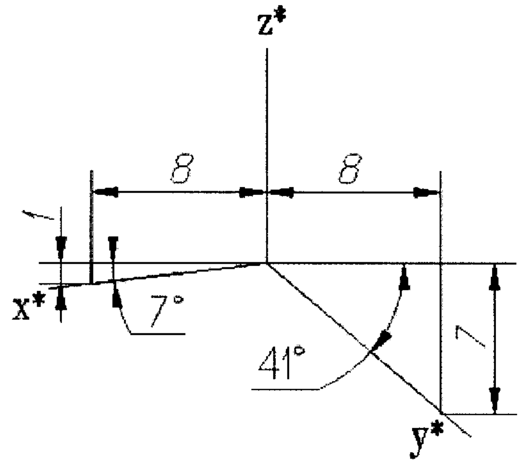

Рис. 8.2 Расположение осей в диметрии

При построении прямоугольной диметрической проекции сокращение длин по оси y^* (рис.8.2) принимают вдвое больше, чем по двум другим, т.е. полагают, что

$$u = \omega, \text{ а } v = 0{,}5u.$$

Тогда $2u^2 + (0{,}5u)^2 = 2$, откуда $u^2 = 8/9$ и $u \approx 0{,}94$, а $v = 0{,}47$.

В практических построениях от таких дробных коэффициентов обычно отказываются, вводя масштаб увеличения, определяемый соотношением 1/0,94=1,06, и тогда коэффициенты искажения по осям x^* и z^* равны единице, а по оси y^* вдвое меньше v=0,5.

Из косоугольных аксонометрических проекций ГОСТом предусмотрено применение фронтальной и горизонтальной изометрии и фронтальной диметрии (последнюю ещё называют кабинетной проекцией).

8.2 ОКРУЖНОСТЬ В АКСОНОМЕТРИИ

При параллельном проецировании окружности на какую-нибудь плоскость Π^* получаем ее изображение в общем случае в виде эллипса.

ГОСТ 2.317-69 определяет положение окружностей, лежащих в плоскостях, параллельных плоскостям проекций для прямоугольной изометрической проекции (рис.8.3) и для прямоугольной диметрии (рис.8.4).

Если изометрическую проекцию выполняют без искажения по осям *x, y, z*, то большая ось эллипсов 1, 2, 3 равна 1,22, а малая ось -0.71 диаметра окружности.

Если изометрическую проекцию выполняют с искажением по осям *x, y, z*, то большая ось ось эллипсов 1, 2, 3 равна диаметру окружности, а малая - 0.58 диаметра окружности.

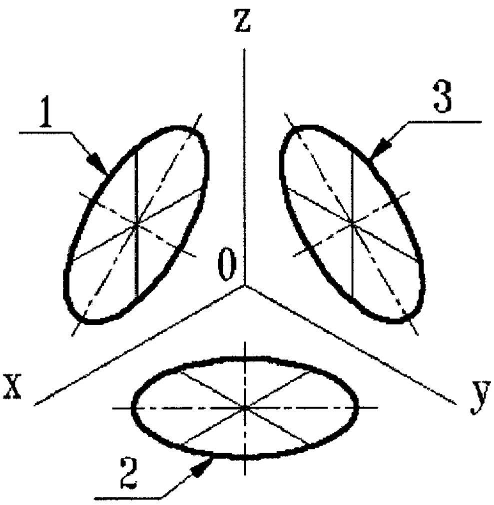

Рис. 8.3. Изометрические проекции окружностей, расположенных в плоскостях параллельных плоскостям проекций

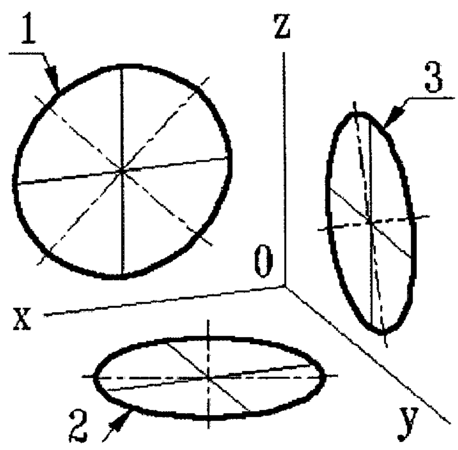

Рис. 8.4. Диметрические проекции окружностей, расположенных в плоскостях параллельных плоскостям проекций

Если димметрическую проекцию выполняют без искажения по осям *x* и *z* то большая ось эллипсов 1, 2, 3 равна 1,06 диаметра окружности, а малая ось эллипса 1 - 0.95, эллипсов 2 и 3 - 0.35 диаметра окружности.

Если диметрическую проекцию выполняют с искажения по осям *x* и *z*, то большая ось эллипсов 1, 2, 3 равна диаметру окружности, а малая ось эллипса 1 - 0.9, эллипсов 2 и 3 - 0,33 диаметра окружности.

1-эллипс – большая ось расположена под углом 90^0 к оси *y*; 2-эллипс – большая ось расположена под углом 90^0 к оси *z*; 3-эллипс – большая ось расположена под углом 90^0 к оси *x*.

8.3 ПОСТРОЕНИЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

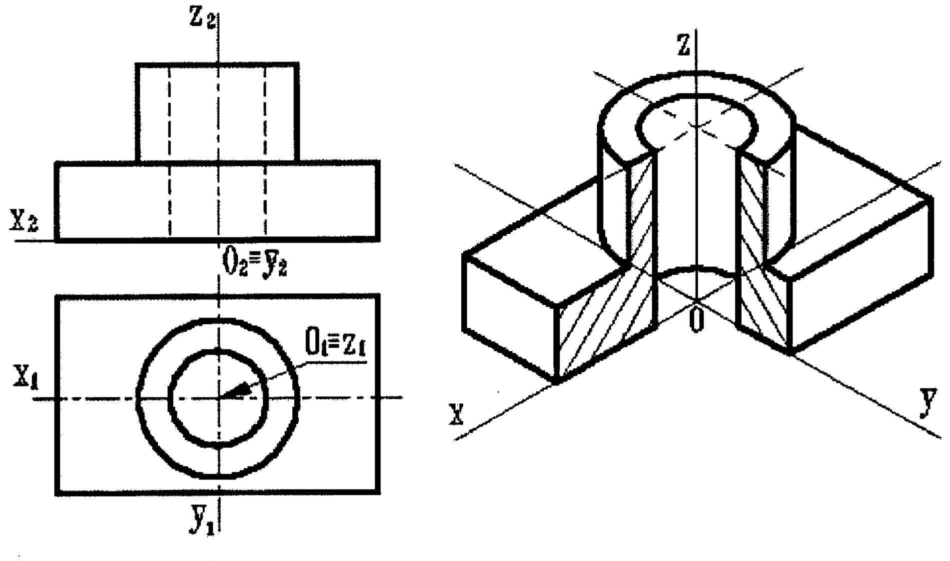

Рис. 8.5

Переход от ортогональных проекций предмета к аксонометрическому изображению рекомендуется осуществлять в такой последовательности (рис.8.5):

1. На ортогональном чертеже размечают оси прямоугольной системы координат, к которой и относят данный предмет. Оси ориентируют так, чтобы они допускали удобное измерение координат точек предмета. Например, при построении аксонометрии тела вращения одну из координатных осей целесообразно совместить с осью тела.

2. Строят аксонометрические оси с таким расчетом, чтобы обеспечить наилучшую наглядность изображения и видимость тех или иных точек предмета.

3. По одной из ортогональных проекций предмета чертят вторичную проекцию.

4. Создают аксонометрическое изображение, для наглядности делают вырез четверти.

Линии штриховки сечения в аксонометрических проекциях наносят параллельно одной из диагоналей проекций квадратов, лежащих в соответствующих координатных плоскостях, стороны которых параллельны аксонометрическим осям (рис. 8.6).

В аксонометрических проекциях спицы маховиков и шкивов, ребра жесткости и подобные элементы штрихуют.

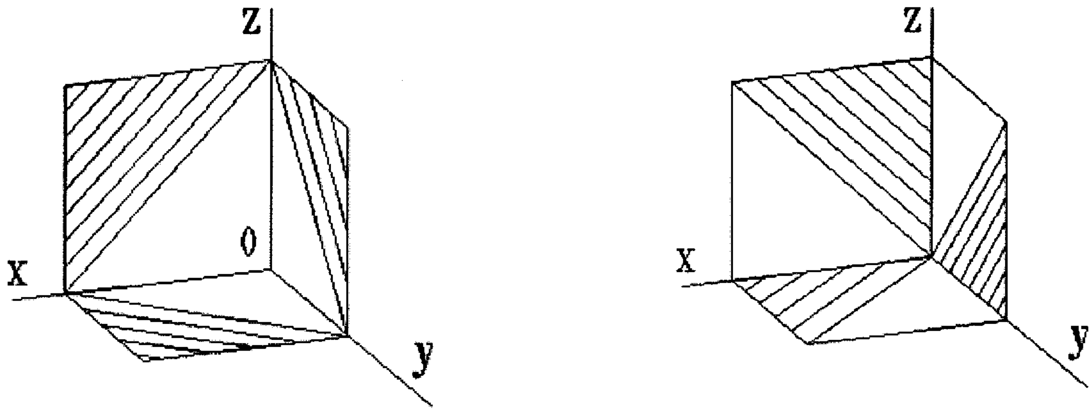

Рис. 8.6 Штриховка в аксонометрии

9 РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТИ

Разверткой называется плоская фигура, полученная при совмещении поверхности геометрического тела с одной плоскостью (без наложения граней или иных элементов поверхности друг на друга).

Приступая к изучению развертки поверхности, последнюю целесообразно рассматривать как гибкую, нерастяжимую пленку. Некоторые из представленных таким образом поверхностей можно путем изгибания совместить с плоскостью. При этом, если отсек поверхности может быть совмещен с плоскостью без разрывов и склеивания, то такую поверхность называют ***развертывающейся***, а полученную плоскую фигуру – ее ***разверткой***.

9.1 РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТЕЙ МНОГОГРАННИКОВ

Разверткой многогранной поверхности называется плоская фигура, получаемая последовательным совмещением всех граней поверхности с плоскостью.

Так как все грани многогранной поверхности изображаются на развертке в натуральную величину, построение ее сводится к определению величины отдельных граней поверхности – плоских многоугольников.

Существует три способа построения развертки многогранных поверхностей:

1. Способ нормального сечения;
2. Способ раскатки;
3. Способ треугольника.

9.1.1 Развертка пирамиды

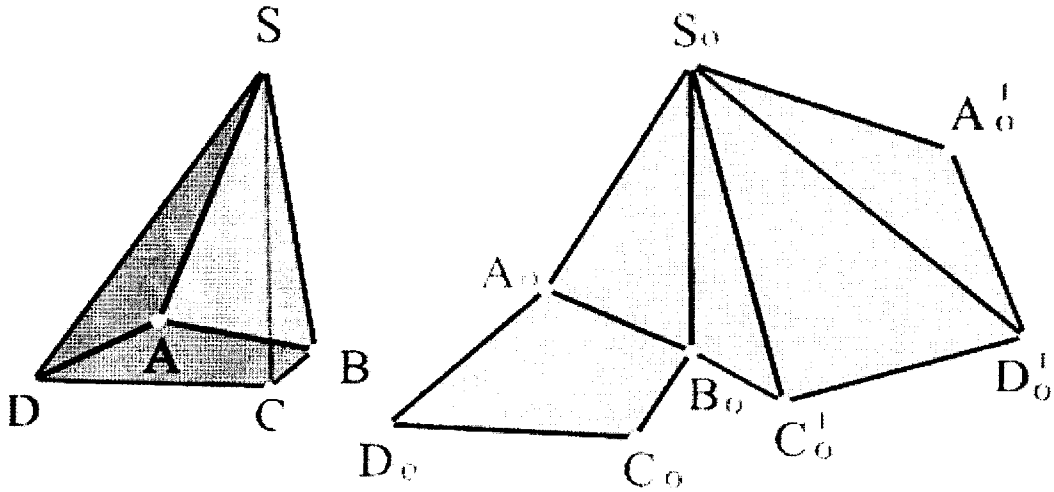

Рис. 9.1

При построении развертки пирамида применяется способ треугольника. Развертка боковой поверхности пирамиды представляет собой плоскую фигуру, состоящую из треугольников – граней пирамиды и многоугольника - основания. Поэтому построение развертки пирамиды сводится к определению натуральной величины основания и граней пирамиды. Грани пирамиды можно построить по трем сторонам треугольников, их образующих. Для этого необходимо знать натуральную величину ребер и сторон основания.

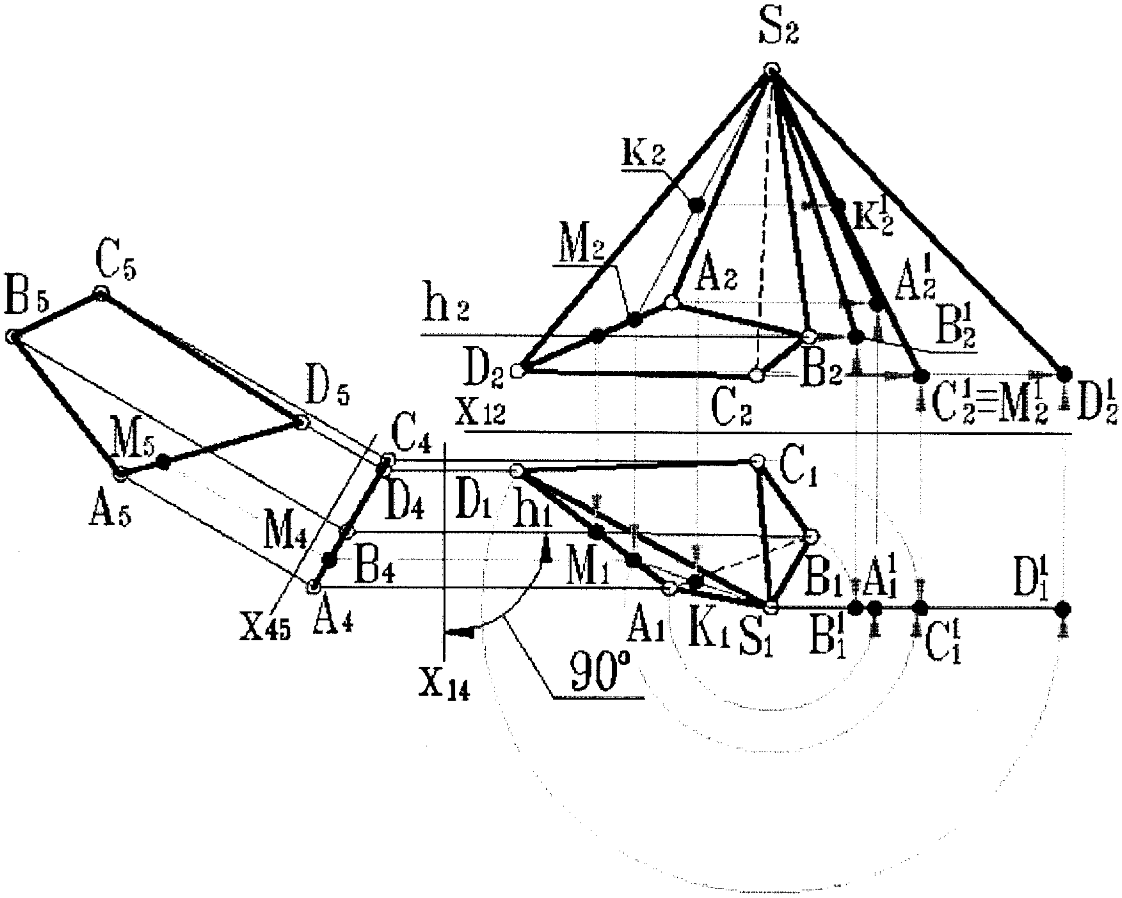

Рис. 9.2

Алгоритм построения можно сформулировать следующим образом (рис.9.2):

1. Определяют натуральную величину основания пирамиды (например, методом замены плоскостей проекций);

2. Определяют истинную величину всех ребер пирамиды любым из известных способов (в данном примере натуральная величина всех ребер пирамиды определена методом вращения вокруг оси перпендикулярной горизонтальной плоскости проекций и проходящей через вершину пирамиды ***S***);

3. Строят основание пирамиды и по найденным трем сторонам строят какую-либо из боковых граней, пристраивая к ней следующие (рис. 9.3).

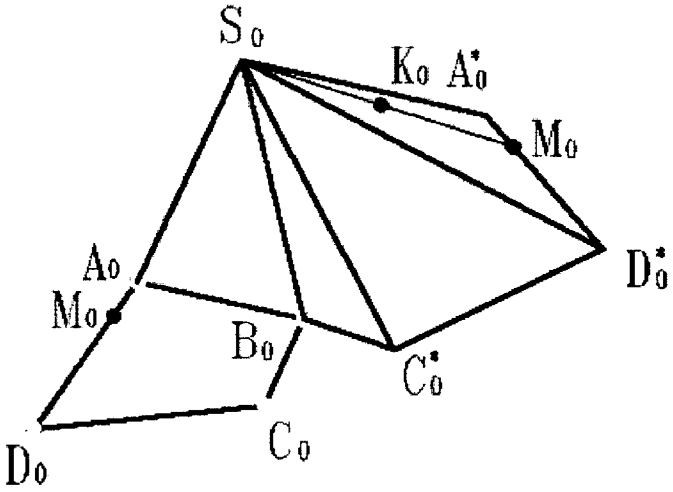

Рис. 9.3

Точки, расположенные внутри контура развертки, находят во взаимно однозначном соответствии с точками поверхности многогранника. Но каждой точке тех ребер, по которым многогранник разрезан, на развертке соответствуют две точки, принадлежащие контуру развертки.

Примером первой точки на рисунках служит точка $\boldsymbol{K_0}$ и $\boldsymbol{K}$□$\boldsymbol{SAD}$, а иллюстрацией второго случая являются точки $\boldsymbol{M_0}$ и $\boldsymbol{M_0}^*$. Для определения точки $\boldsymbol{K_0}$ на развертке пришлось по ее ортогональным проекциям найти длины отрезков $\boldsymbol{AM}$ (метод замены плоскостей проекций) и $\boldsymbol{SK}$ (метод вращения). Эти отрезки были использованы затем при построении на развертке сначала прямой $\boldsymbol{S_0M_0}$ и, наконец, точки $\boldsymbol{K_0}$.

9.1.2 Развертка призмы

9.1.2.1 *Развертка призмы способом нормального сечения*

В общем случае развертка призмы выполняется следующим образом. Преобразуют эпюр так, чтобы ребра призмы стали параллельны новой плоскости проекций. Тогда на эту плоскость ребра проецируются в натуральную величину (рис. 9.4).

Пересекая призму вспомогательной плоскостью $\boldsymbol{\alpha}$, перпендикулярной ее боковым ребрам (способ нормального сечения), строят проекции фигуры нормального сечения – треугольника *1, 2, 3,* а затем определяют истинную величину этого сечения. На примере она найдена методом вращения.

В дальнейшем строям отрезок $\boldsymbol{1_0}$-$\boldsymbol{1_0}^*$, равный периметру нормального сечения. Через точки $\boldsymbol{1_0}$, $\boldsymbol{2_0}$, $\boldsymbol{3_0}$ и $\boldsymbol{1_0}^*$ проводят прямые, перпендикулярные $\mathbf{1_0}$-$\mathbf{1_0}^*$, на которых откладывают соответствующие отрезки боковых ребер призмы, беря их с новой фронтальной проекции. Так, на перпендикуляре, проходящем через точку $\boldsymbol{1_0}$, отложены отрезки $\boldsymbol{1_0D_0=1_4D_4}$ и $\boldsymbol{1_0A_0=1_4A_4}$.

Соединив концы отложенных отрезков, получают развертку боковой поверхности призмы. Затем достраивают основание.

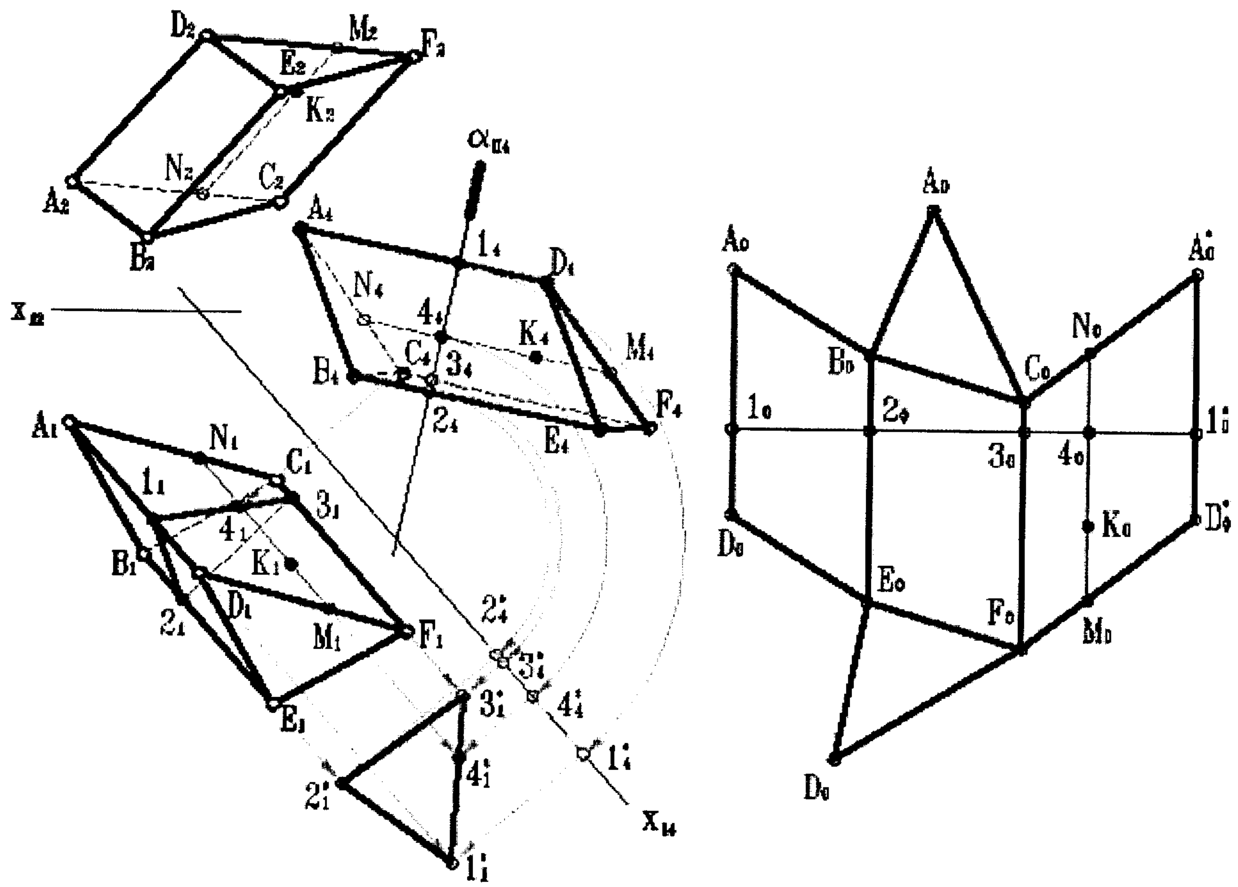

Рис. 9.4

9.1.2.2 *Развертка призмы способом раскатки*

Развертка призмы, частный случай, когда основание призмы на одну из плоскостей проекций проецируется в натуральную величину (рис. 9.5). Развертка боковой поверхности такой призмы осуществляется способом раскатки. Этот способ заключается в следующем. Сначала, как и в предыдущем примере, преобразуют эпюр так, чтобы боковые ребра призмы стали параллельны одной из плоскостей проекций.

Затем новую проекцию призмы вращают вокруг ребра C_4F_4 до тех пор пока грань ***ACDF*** не станет параллельной плоскости Π_4. При этом положение ребра C_4F_4 остается неизменным, а точки принадлежащие ребру ***AD*** перемещаются по окружностям, радиус которых определяется натуральной величиной отрезков ***AC*** и ***DF*** (так как основания призмы параллельны Π_1 то на эту плоскость проекций они проецируются без искажения т.е. R=A_1C_1=D_1F_1), расположенных в плоскостях, перпендикулярных ребру C_4F_4. Таким образом, траектории движения точек A и D на плоскость Π_4 проецируются в прямые, перпендикулярные ребру C_4F_4.

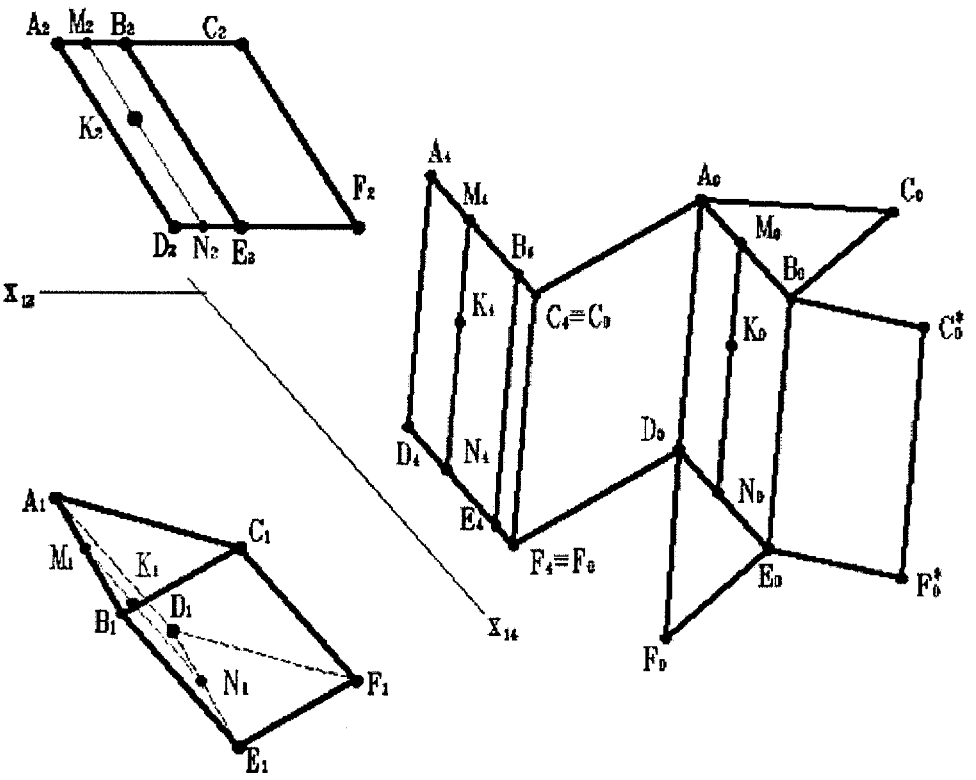

Рис. 9.5

Когда грань $ACDF$ станет параллельна плоскости Π_4, она проецируется на неё без искажения т.е. вершины A и D окажутся удаленными от неподвижных вершин C и F на расстояние, равное натуральной величине отрезков AC и DF. Таким образом, засекая перпендикуляры, по которым перемещаются точки A_4 и D_4 дугой радиуса $R=A_1C_1=D_1F_1$, можно получить искомое положение точек развертки A_0 и D_0.

Следующую грань $ABDE$ вращают вокруг ребра AD. На перпендикулярах, по которым перемещаются точки B_4 и E_4 делают засечки из точек A_0 и D_0 дугой радиуса $R=A_1B_1=D_1E_1$. Аналогично строится развертка последней боковой грани призмы.

Процесс последовательного нахождения граней призмы вращением вокруг ребер можно представить как раскатку призмы на плоскость параллельную Π_4 и проходящую через ребро C_4F_4.

Построение на развертке точки K, принадлежащей боковой грани $ABDE$, ясно из рисунка. Предварительно через эту точку по грани провели прямую NM, параллельную боковым ребрам, которая затем построена на развертке.

9.2 РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ

9.2.1 Развертка цилиндрической поверхности

Развертка цилиндрической поверхности выполняется аналогично развертке призмы. Предварительно в заданный цилиндр вписывают n-угольную призму (рис. 9.6). Чем больше углов в призме, тем точнее развертка (при $n \to \infty$ призма преобразуется в цилиндр).

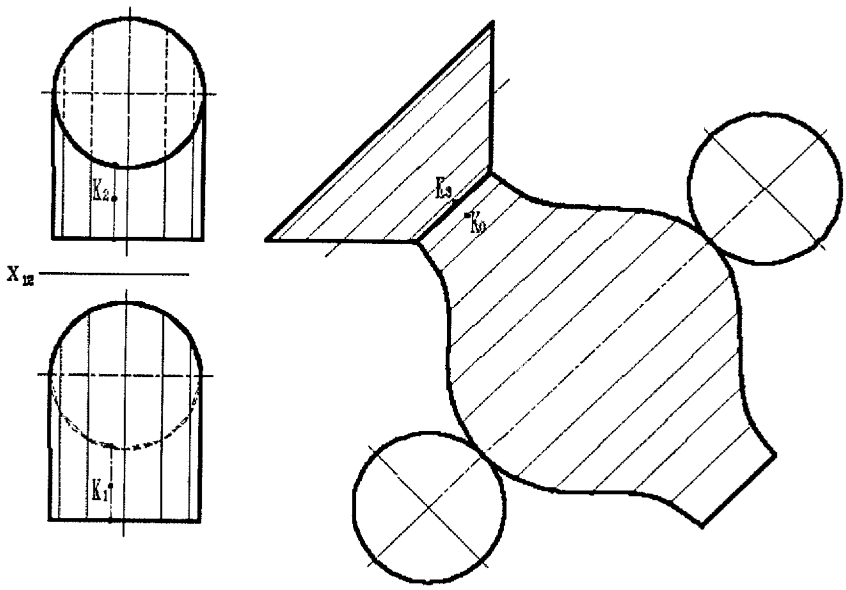

Рис. 9.6

9.2.2 Развертка конической поверхности

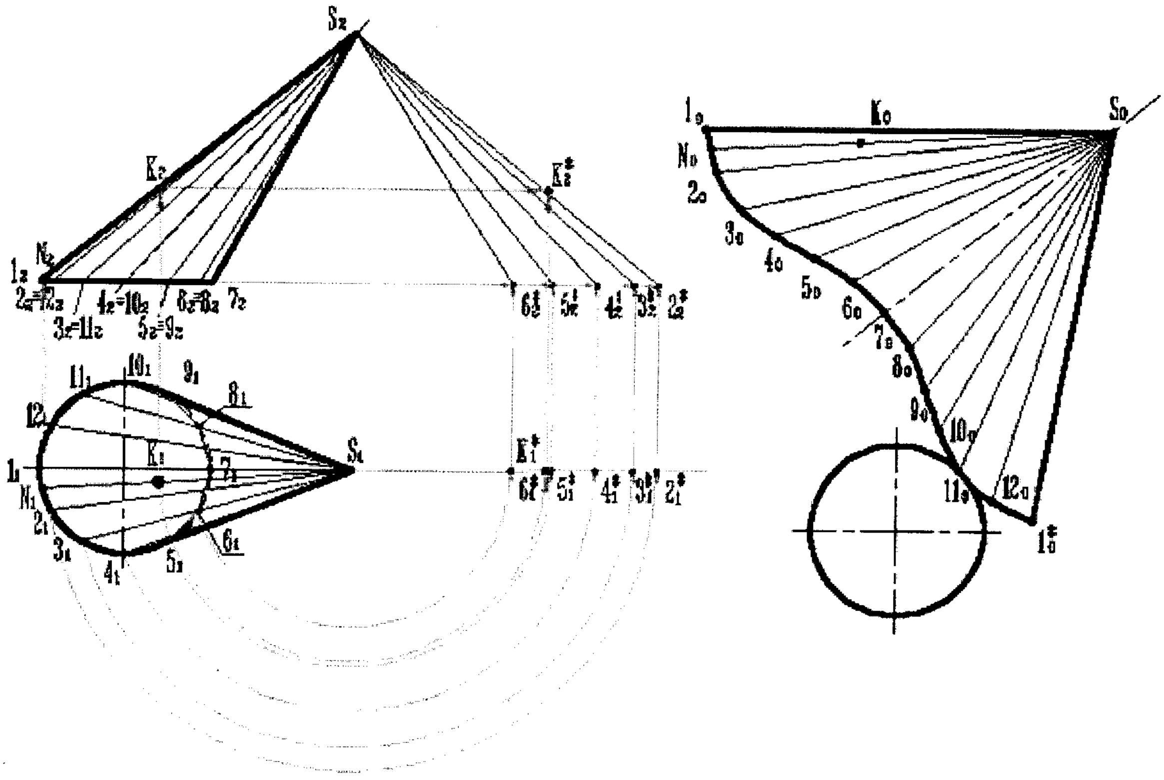

Рис. 9.7

Развертка конической поверхности выполняется аналогично развертке пирамиды, предварительно вписав в конус n-угольную пирамиду (рис. 9.7).

Если задана поверхность прямого конуса, то развертка его боковой поверхности представляет круговой сектор, радиус которого равен длине образующей конической поверхности ***l***, а центральный угол $\boldsymbol{\varphi=360^{\circ}\, r / l}$, где ***r*** – радиус окружности основания конуса (рис. 9.8).

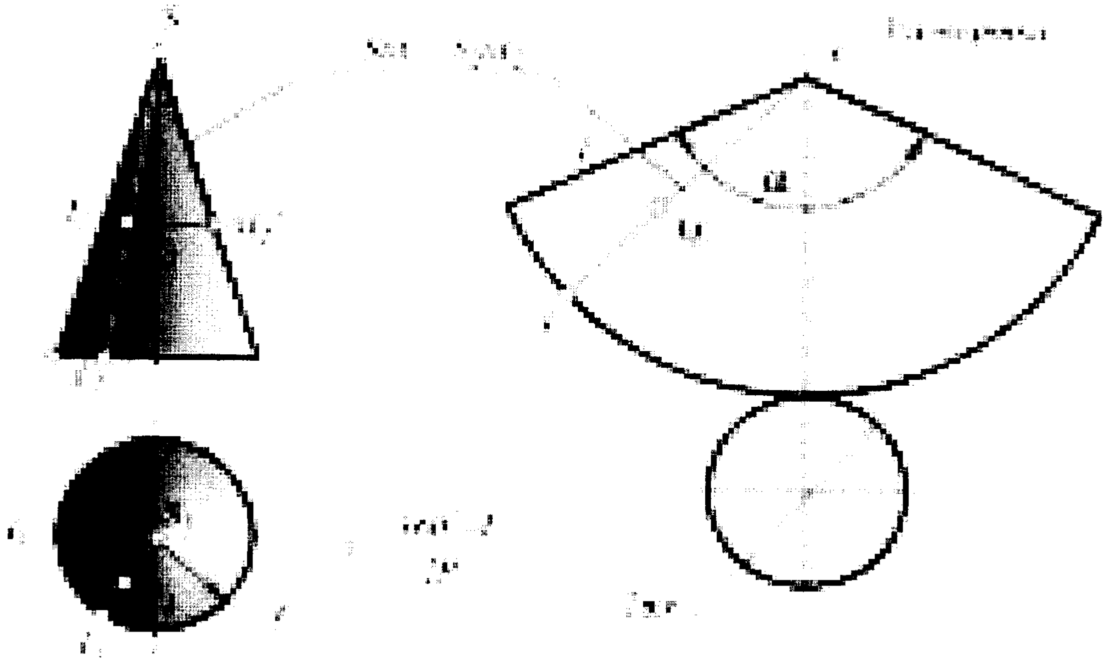

Рис.9.8

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гордон В.О., Семенцев-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 2000, С. 121 – 127, С. 171 – 176, С. 227 – 229, С. 234 – 255.

2. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 1999, С. 116 – 130.

3. Левицкий В.С. Машиностроительное черчение и автоматизация выполнения чертежей. М.: Высш. шк., 2001, С. 132 – 142.

4. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение. М.: ВЛАДОС, 1999, С. 143 – 154, С. 83 – 86, С. 143 – 154.

ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Гордон В.О., Семенцев-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 2000, С. 229 – 231.

2. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 1999, С. 120 – 121.