Лекция 7.

Топология и графы в электроэнергетике. Математические модели и моделирование. Математическое моделирование электроэнергетических систем для решения задач прогнозирования, планирования, диагностики и управления.

Эта часть математических понятий появилась благодаря селекторным совещаниям, которые проходили по понедельникам, на которых директоры энергетических предприятий отчитывались о работе за неделю. Не редко приходилось слышать такую фразу: «Топология электрической сети нормальная». Далее шел детальный отчет.

Не всем была понятна эта фраза, которая, вероятно звучит и сейчас. В результате возникла необходимость расшифровать смысл этой фразы, понять связь топологии с электрической сетью.

Топология определяется как раздел математики (иногда называют разделом геометрии), который рассматривает свойства геометрических фигур, которые остаются неизменными (инвариантными) по отношению к любым деформациям этих фигур, но деформациям, не допускающим разрывов. Правда, при этом допускаются спайки и склеивания, но наибольший интерес представляют деформации именно без спаек и склеиваний. Рассмотрим такие деформации.

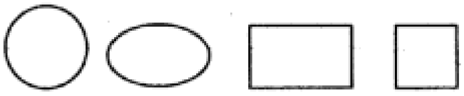

Рис. 10.1.

В начале, за основу возьмем окружность (рис.10.1а). Деформируя окружность на приведенных выше условиях можно получить бесконечное количество фигур, например, таких как эллипс, прямоугольник, квадрат (рис. 10.1 б, в, г) или фигуру без названия, но которая может быть однозначно отображена на окружность (рис.10.2). Такое отображения называются гомеоморфизмами, а все эти фигуры называются гомеоморфными окружности. На рис. 10.2 стрелочками условно показано взаимно однозначное отображение фигуры, находящейся внутри окружности на окружность. Количество стрелок должно быть бесконечно большое, ибо каждому элементу (точке) фигуры соответствует элемент (точка) окружности и наоборот, каждому элементу окружности соответствует элемент фигуры. Следует добавить, что площадь фигуры гомеоморфной окружности гомеоморфна кругу.


Рис. 10.2.


Рис. 10.3.

Теперь за основу можно взять сферу (Рис. 10.3). Фигур гомеоморфных сфере существует также бесконечное множество. К ним, для примера, можно отнести все классические многогранники (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр, рис. 10.4), вообще многогранники, не имеющие названий.

Рассмотрим сферу подробнее. На рис. 10.3 на сферу нанесены параллели и меридианы. Места их пересечения называются узлами или точками. Часть параллели или меридиана расположенная между двумя точками (узлами) называется ребром или ветвью. Плоскость, заключенная между двумя отрезками параллелей и меридиан (рис. 10.3 эта плоскость обозначена как А) образует фигуру похожую на прямоугольник, но что самое важное, эта фигура гомеоморфна окружности, а плоскость этой фигуры гомеоморфна кругу. Называется эта плоскость гранью. Вся сетка, образуемая параллелями и меридианами называется графом. Безусловно, можно на сфере строить и более простые графы и более сложные. Главной особенностью графов, построенных на сфере, является то, что они все плоские или по другому планарные. Действительно, если одну из граней значительно растянуть, что допустимо, то граф можно расположить на плоскости, причем все ребра не будут пересекаться друг с другом. Если внимательно рассмотреть классические многоугольники, то можно убедиться, что их ребра, вершины и грани образуют графы с соответствующим их количеством. Их количественные соотношения приведены в таблице:

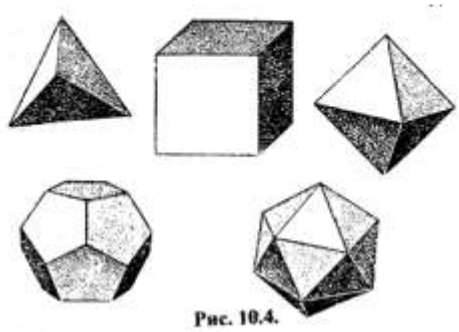

Рис. 10.4.

Вид многогранника	Число Вершин (В)	Число Ребер (Р)	Число Граней (Г)
Тетраэдр	4	6	4
Куб	8	12	6
Октаэдр	6	12	8
Додекаэдр	20	30	12
Икосаэдр	12	30	20

Известный математик Л. Эйлер обобщил приведенные цифры и пришел к выводу, что для классических многогранников справедливо соотношение:

$$B - P + \Gamma = 2. \qquad (10.1)$$

Величина, стоящая справа, в данном случае равная 2, называется эйлеровой характеристикой поверхности, в данном случае поверхности сферы и всех поверхностей гомеоморфных сфере. Обобщение звучит следующим образом. Если на любой поверхности гомеоморфной сфере построить граф, имеющий *В* вершин (узлов), *Р* ребер (ветвей) не образующих пересечений и Г граней гомеомофных кругу то эйлерова характеристика такой поверхности равна 2, согласно (10.1). В этом же смысле можно говорить и о самом графе. Желающие могут убедиться, что эйлерова характеристика графа, образуемого пересечением параллелей и меридианов (рис. 10.3), также равна 2.

Известный в электротехнике метод контурных токов базируется на вышеприведенном соотношении. Если узлы электрической схемы поставить в соответствие вершинам графа (У ↔ В), ветви – ребрам (В ↔ Р), контуры – граням (К ↔ Г)), то в целом можно схему электрической цепи поставит в соответствие графу. Пока рассматриваем схемы и графы такие, которые возможно изобразить на плоскости без пересечений ветвей и соответственно ребер. Из (10.1) следует, что число контуров равно:

$K = 2 + B - У.$ (10.2)

В электротехнике контур предусматривает замкнутый путь, состоящий из последовательного прохождения ветвей, имеющих отношение к данному контуру. Каждый следующий контур добавляет по крайней мере одну дополнительную ветвь, однако последний контур содержит все ветви, принадлежащие уже рассмотренным контурам. Поэтому последний контур называют зависимым от предыдущих. Следовательно, количество независимых контуров, для которых необходимо составить электротехнические уравнения ($Кн$) на единицу меньше общего количества контуров:

$$Кн = К - 1 = 2 + В - У - 1 = В - У + 1. \quad (10.3)$$

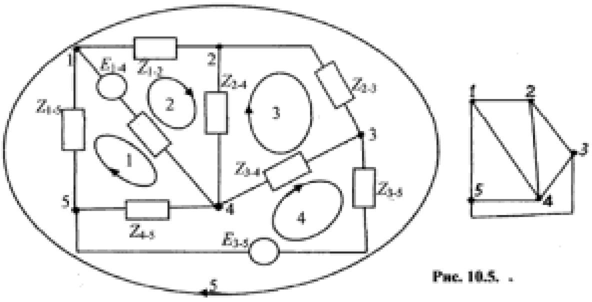

Рис. 10.5. .

Пример электрической схемы и соответствующего графа дан на рис. 10.5. Этот граф содержит 5 узлов, 8 ветвей, и 5 контуров, включая внешний контур. Схема также содержит 5 узлов, 8 ветвей, из которых две содержат источники напряжения, и 5 контуров, включая внешний контур, обозначенный цифрой 5. Однако независимых контуров 4, ибо пятый контур содержит ветви уже вошедшие в 4 независимых контура. Их количество необходимо и достаточно для нахождения всех токов ветвей на основе использования законов Кирхгофа.

Теперь есть смысл поговорить об электрических сетях. Современная электроэнергетика в основном базируется на трехфазной системе переменного тока. Транспорт электрической энергии (можно говорить и о транспорте электрической мощности) осуществляется электрическими сетями. Схему электрических сетей представляют в однолинейном исполнении, что приемлимо, если учесть симметричный режим, при котором все три фазы находятся в одинаковых условиях. Каждой однолинейной схеме электрической сети можно поставить в соответствие граф. Если какая либо линия электропередачи выведена в ремонт или отключилась аварийно, то говорить и об изменении структуры графа. Конечно, структура графов, соответствующих реальным схемам электрических сетей гораздо сложнее приведенных на рис 10.5. Кроме сложности им свойственна еще одна особенность. Как правило, линии электропередачи развитых электрических систем имеют многочисленные пересечения, что приводит к тому, что соответствующие им графы становятся не планарными, их невозможно натянуть на сферу и, следовательно, невозможно изобразить на плоскости без пересечения. Изучение таких не плоских (не планарных) графов сложнее, чем планарных, соответственно и расчет им

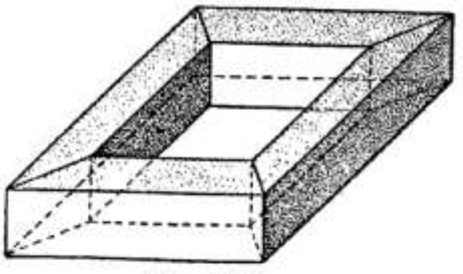

Рис. 10.6.

соответствующих электрических схем тоже сложнее.

Существует соблазнительный вариант нахождения другого тела, на который можно было бы натянуть не плоский граф без пересечений. Затем найти эйлерову характеристику этого тела и с ее помощью найти конкретные независимые контуры схемы, соответствующей этому графу. Действительно, такие тела есть. Рассмотрим многогранник, изображенный на рис. 10.6. Этот многогранник гомеоморфен тору. Не трудно подсчитать, что эта фигура содержит: вершин B = 16, ребер P = 32, граней $Г$ = 16. Известно, что эйлерова характеристика тора рана нулю, что и подтверждается вычислением:

$B - P + Г = 16 - 32 + 16 = 0.$ Из эйлеровой характеристики следует количество граней: $Г = P - B = 32 - 16 = 16$. Из них граней, соответствующих независимым контурам электрической цепи $K_{Н} = Г - 2 = 16 - 2 = 14$. Выбор независимых контуров произведен по принципу, чтобы каждый контур включал в себя хотя бы одну ветвь не входящую в предыдущие контуры. Контуры, в состав которых входят ветви уже входившие в предыдущие контуры, являются зависимыми. Далее, решается система уравнений с контурными токами и находятся токи ветвей. Можно убедиться, что этот граф и соответствующая ему схема является не плоской, при изображении этого графа на плоскости его грани будут иметь много пересечений.

При решении практических электрических схем сложных электрических систем не возможно найти ту фигуру, на которую можно было бы натянуть граф, соответствующий изучаемой электрической схеме. Более того, не известно в принципе существует ли такая фигура. Поэтому, при необходимости решения электрических схем методом контурных токов используют другой способ нахождения независимых контуров.

Существует такая теорема, которая звучит следующим образом. Если из графа последовательно убирать ребра не нарушая его целостности, то граф в конечном итоге превратится в дерево. В данном случае граф может быть любой, плоский или не плоский. Под деревом понимается граф, не имеющий граней, он похож на ветвистое дерево. Оказывается, что количество удаленных ребер точно рано количеству независимых контуров соответствующей электрической схемы. Более того, именно эти удаленные ветви входят в состав независимых контуров. Для понятия этого принципа рассмотрим два классических не плоских графа, которые, как известно обязательно входят в состав любых не плоских графов.

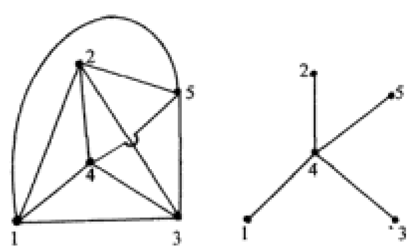

Рис. 10. 7.

Итак, первый вариант графа изображен на рис. 10.7. Следует сразу ... ребер графа существует несколько. Один из вариантов представлен на рис.10.7. Удалены ребра: 2-5, 5-3, 1-3, 2-3 и 1-5, всего 5 ребер. Это значит, что для схемы,

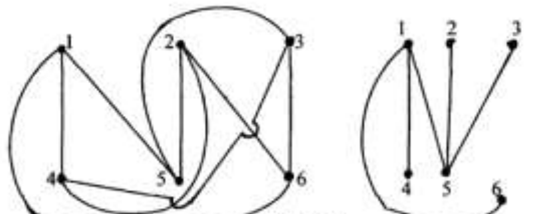

Рис. 10. 8.

эквивалентной этому графу существует 5

независимых контуров, именно: 1-5-2-1, 2-3-4-1-2, 1-3-2-1, 5-3-4-5 и 2-5-4-2.

На рис.10.8 слева показан второй вариант не плоского графа, справа его дерево. Из рис.10.8 видно, что для получения дерева пришлось удалить 4 ребра, следовательно электрическая схема эквивалентная этому графу имеет 4 независимых контура, а именно: 2-4-1-5-2, 2-6-1-5-2, 3-6-1-5-3, 3-4-1-5-3. Первые две цифры означают номера удаленных ребер.

Приведенный метод в принципе справедлив для неплоских схем любой сложности. Другое дело, этот метод затруднительно реализовать при практических расчетах. На первом этапе использования вычислительной техники для расчета электрических режимов пытались использовать метод контурных оков и невольно обращались к теории графов. Но большие трудности использования метода контурных токов привели вскоре к отказу от него, начали использовать метод узловых напряжений, который не требует нахождения независимых контуров. В этом случае граф соответствующей электрической схемы тоже существует, но там главную роль играют узлы графа, т.е. узлы схемы. При этом принимается, что один узел схемы имеет нулевой потенциал, этот узел называют нулевым. Тогда система напряжений, измеряемая относительно нулевого узла образует систему независимых уравнений которые решаются тем или иным способом.

В электрических схемах обычно задают условное направление электрического тока, что при переводе на графы соответствует вводу направленных графов, направление которых указывается стрелками. Существует еще понятие сигнальных графов, предусматривающих какое-либо преобразование токов при их движении от одного узла к другому. Но это уже скорее область электротехники.

В конце этой части приведу для любознательных два топологических понятия, представляющих несомненный интерес, но не имеющих прямого отношения к электроэнергетике.

Первое понятие связано со свойством графа, которое называется унируксальность. Граф является унируксальным, если его можно обойти, двигаясь по ребрам, так, что каждое ребро будет пройдено только один раз. Доказательство этого свойства графа довольно сложное, но в конечном итоге оно сводится к следующему. Введем понятие индекса вершин графа. Индекс вершины характеризует количество ребер примыкающих к вершине. В данном случае нас интересует четные индексы и нечетные. Итак, граф является унируксальным в том и только в том случае, если индексы его вершин четные или он имеет только две вершины с нечетными индексами. Граф, изображенный на рис.10.5 не унируксален, у него все индексы вершин нечетные. Граф рис. 10.7 унируксален, у него все индексы четные. Это граф можно пройти, например, таким путем: 1-5-2-1-4-2-3-4-5-3-1. Граф рис. 10.8 не унируксален.

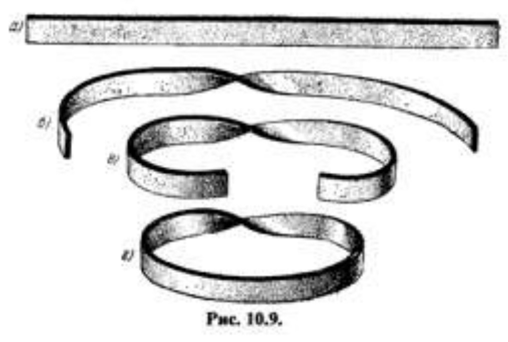

Рис. 10.9.

Второе интересное понятие связано с листом Мёбиуса (Рис.10.9). Его создание осуществляется чрезвычайно просто. Полоска бумаги один раз перекручивается и склеивается. Процесс показан на рис. 10.9 *а, б*, *в* и *г*. Получается лист Мёбиуса, обладающий уникальными свойствами. Если двигаться по поверхности листа Мёбиуса, то придется пройти обе поверхности первоначального листа (рис.10.а). Это означает, что лист Мёбиуса имеет только одну сторону, а сам лист относится фигурам с односторонней поверхностью. Край листа Мёбиуса является замкнутой линией и он гомеоморфен окружности. Естественно желание соединить линию гомеоморфную окружности с окружностью, полученную, например, путем вырезания круглой дыры на какой-либо поверхности. Принципиально это возможно ввиду гомеоморфности этих двух линий, но реализовать на практике такое соединение не просто, требуется немалая доля воображения. Рассмотрение этого процесса потребовало бы достаточно глубокого погружения в дебри топологии, на что в кратком пособии нет места. Если разрезать лист Мёбиуса по средней линии, то вместо ожидаемых двух листов получается перевернутый два раза и склеенный лист. Желающие могут изучить эти вопросы по приведенной литературе. Могу сказать только, все эти вопросы чрезвычайно интересные.

Итак, рассмотренные вопросы, касающиеся топологии и графов, позволяют сделать вывод, что приведенное в начале выражение «Топология электрической сети нормальная» не совсем корректное. Это выражение можно расшифровать следующим образом. Состояние электрической сети нормальное, следовательно граф, который имеет отношение к схеме электрической сети и, в свою очередь к топологии, соответствует нормальному состоянию электрической сети. При этом, следует отметить, что некоторые авторы по теории графов, в том числе по теории графов применительно к теории электрических схем, не отталкиваются от топологических идей.

Моделирование своими истоками уходит в философию, конкретнее в теорию познания. Модель является тем инструментом, с помощью которого осуществляется процесс моделирования. Сам процесс примерно описывается так. Создается искусственный объект - модель, который находится в определенных отношениях с оригиналом, который требуется изучить. Под искусственным объектом может пониматься как материальное образование, так и абстрактное. Совершая определенные операции с моделью, изучают ее поведение и это поведение переносят на оригинал. При этом считается, что и оригинал сможет совершать подобные операции. Если при этом модель представляет собой комплекс математических операций, то такую модель называют математической.

В электроэнергетике модели и моделирование играли и играют заметную роль при изучении режимов электроэнергетических систем, при прогнозировании потребления электрической энергии. Последнее время стали говорить о кибернетических моделях, в том числе и в области электроэнергетики. В основном это связано с использованием современных средств вычислительной техники, с построением эффективных, рациональных алгоритмов, вероятностных моделей и т.п.

Первые модели, которые использовались в электроэнергетике, были физическими моделями. Они представляли собой набор источников электродвижущих сил, которые моделировали электрические генераторы, набор резисторов, катушек индуктивности и трансформаторов, моделирующих другие элементы электроэнергетических систем. Модели постоянного тока были мене совершенные, но широко использовались. Затем появились модели переменного тока, более совершенные, но более громоздкие. Наконец, их место заняли программы расчетов электрических режимов, которые реализуются в компьютерах.

Возможность использования моделей и моделирования для изучения оригиналов (в нашем случае электроэнергетических систем) основывается на использовании теории подобия, суть которой заключается в следующем. Начнем с простых, но основополагающих случаев.

По линии электропередачи протекает переменный ток. Представить в воображении этот ток не возможно. Но мы знаем, что он починятся синусоидальному закону, имеет частоту 50 Герц и амплитуду **Im**, В результате можно создать модель этого тока. Например, в виде уравнения:

$$i(t) = \mathrm{Im} \cdot \sin(\omega \cdot t), \tag{11.1}$$

или построить график изменения мгновенного значения тока во времени. При этом будем считать, что ток по (11.1) подобен действительному току, протекающему по линии. По сути, рассмотренный ток по (11.1) является математической моделью реального тока.

Аналогично строится модель переменного напряжения, активной и реактивной мощности. Широко используемой моделью переменных величин является представление их действующими значениями с использованием комплексных чисел. Другими словами, векторы на комплексной плоскости являются моделями переменных токов, напряжений, активной и реактивной мощности.

Сами элементы электроэнергетической системы моделируются схемами замещения и их параметрами. Схема замещения служит для того, чтобы с ее помощью можно было бы произвести расчет всех электрических величин, присущих реальному элементу. Исходя из изложенного, можно придти к выводу, что схема замещения реального элемента электрической системы является моделью этого реального элемента. Соединение элементов электроэнергетической системы образует схему, которая объединяет в себе источники электрической энергии, устройства преобразования ее параметров и транспорта и потребителей. Математической моделью схемы соединения реальной электроэнергетической системы является структура именуемая графом. Граф представляет собой совокупность узлов и линий (ветвей), соединяющих эти узлы. На этом этапе узлы соответствуют шинам электростанций, подстанций или вообще местам соединений элементов электроэнергетических систем. На этом же этапе не раскрывается физическая суть элемента, которую моделирует ветвь графа. Но на следующем этапе развития модели электроэнергетической системы уже раскрывается физическая суть элемента и линия (ветвь) графа также приобретает соответствующие физические свойства.

Ввиду того, что реальный элемент является бесконечно сложным (так утверждают философы и практика подтверждает тот тезис), можно изучать конкретные свойства и явления реального элемента. Следовательно, каждую ветвь графа можно наделять только конкретными физическими свойствами, а именно теми, которые соответствуют изучаемым явлениям. Другими словами, свойства и явления создаваемой модели должны быть подобны свойствам и явлениям оригинала. Далее можно обобщить, приняв, что граф, ветви которого наделены требуемыми физическими свойствами, есть математическая модель электроэнергетической системы, применительно к тем процессам и явлениям, которые подлежат изучению.

Математика определяет основные соответствия между оригиналом и моделью (иногда между различными моделями). Пусть в оригинале (электроэнергетической системе) выделено M элементов подлежащих изучению (A_1, A_2,, A_3……A_M). Источниками возмущения будут некоторые действия, происходящие в оригинале, которые называют операциями (это могут быть короткие замыкания, отключение линий электропередачи и т.п.). Пусть их будет N (O_1, O_2, O_3…..O_N). Сам исследуемый процесс будет некоторой реакцией элементов на возмущение $R_i(O_j)$. Здесь i – номер реакции, j – номер возмущения. Теперь необходимо создать модель оригинала. Предположим, что удалось создать модель, которая имеет m элементов (a_1, a_2, a_3….a_m). В этой модели организуем возмущения (операции) (o_1, o_2, o_3……o_N). Реакции модели обозначим $r_i(o_j)$. Далее математика определяет следующие соотношения между оригиналом и моделью.

Первый вариант, $M = m$. Каждому элементу оригинала A_i поставлен в соответствие элемент модели a_i , и наоборот, каждому элементу модели a_i поставлен в соответствие каждый элемент оригинала A_i. Далее, каждой операции оригинала O_j поставлена в соответствие операция модели o_j, и наоборот, каждой операции модели o_i поставлена в соответствие каждая операция оригинала O_i. В результате можно ожидать, что реакции оригинала $R_i(O_j)$ можно поставить в соответствие реакцию модели $r_i(oj)$, и наоборот реакции модели $r_i(o_j)$ можно поставить в соответствие реакцию оригинала $R_i(O_j)$. Такое соответствие между оригиналом и моделью называется взаимно-однозначным и именуется изоморфизмом. Это соответствие можно выразить следующим математическим соотношением:

$$
\begin{aligned}
&A_i \leftrightarrow a_i \\
&O_j \leftrightarrow o_j \\
&R_i(O_j) \leftrightarrow r^i(o^j)
\end{aligned}
\qquad (11.2)
$$

Второй вариант, $M \neq m$ $M > m$. Тогда каждому элементу оригинала A_i

(i = 1, 2,….M) можно поставить в соответствие элемент модели a_k (k = 1,2,..m), но обратного утверждения нет, поскольку количество элементов разное. Это означает, что нескольким элементам оригинала поставлен с соответствие только один элемент модели. Естественно, что обратного однозначного отображения нет. Возможен предельный случай, когда нет ни одного элемента оригинала и модели имеющих взаимное однозначное соответствие, но существует только одностороннее однозначное отображение элементов модели на оригинал. Такое одностороннее отображение элементов оригинала на модель называется гомоморфизмом. Оно выражается следующим математическим соотношением:

$$
\begin{aligned}
&A_i \rightarrow a_k \\
&O_j \rightarrow o_j \\
&R_i(O_j) \rightarrow r^k(o^j).
\end{aligned}
\qquad (11.3)
$$

Все изложенное выше является математической абстракцией, идеалом, к которому могут стремиться реальные математические модели. А что же происходит с реальными моделями? Конечно, было бы не плохо, если бы удалось создать изоморфную математическую модель электроэнергетической системы. Однако, такую модель создать в принципе невозможно, но возможно постепенное приближение к ней по мере совершенствования алгоритмов и средств вычислительной техники. Создание изоморфной модели не только не реально, но и бессмысленно. Реальные модели электроэнергетических систем содержат в себе элементы изоморфизма и гомоморфизма. Так, исследуемая часть электроэнергетической системы обычно представлена схемой (моделью), каждый элемент которой может соответствовать элементу электроэнергетической системы (почти изоморфизм). Остальная часть электроэнергетической системы представляются некоторым эквивалентом, т.е. все элементы этой части электроэнергетической системы однозначно отображаются на эквивалент. Но однозначного обратного отображения нет, поскольку один эквивалент отображается сразу на все элементы этой части электроэнергетической системы. Налицо наличие изоморфных и гомоморфных соотношений. При осуществлении процесса моделирования интересует изоморфная часть модели. Но поскольку идеального изоморфизма осуществить невозможно в реальных моделях для оценки их степени соответствия оригиналу вводят техническое понятие, которое можно назвать степенью изоморфизма, и ввести количественное его определение. Например, такое количественное определение можно представить в следующих двух видах:

$$\varepsilon = 1 - \delta$$

$$\varepsilon = \frac{1}{1+\delta}. \qquad (11.4)$$

Здесь ε – степень изоморфизма, δ – систематическая, скорее принципиальная погрешность модели. При $\delta \to 0$ $\varepsilon \to 1$. Степень изоморфизма можно также выразить в процентах. В остальных случаях степень изоморфизма меньше 1. Рассмотрим степени приближения к изоморфизму на примере различных моделей воздушных линий электропередачи (ВЛ). Их схемы замещения (модели) представлены на рис. 11.1. Поскольку истинный ток ВЛ не известен (и никогда не будет известен), то различные модели будем сравнивать с наиболее совершенной моделью, представленной трехполюсником (рис. 11.1 в) Будем называть эту модель эталонной. Если к ВЛ приложить напряжения, то по ВЛ потечет ток, величина которого определяется параметрами ВЛ. Строго говоря параметры ВЛ носят распределенный характер, и являются функцией длины ВЛ. Модель ВЛ, представленная трехполюсником позволяет моделировать распределенные параметры, поэтому она и является наиболее совершенной моделью.

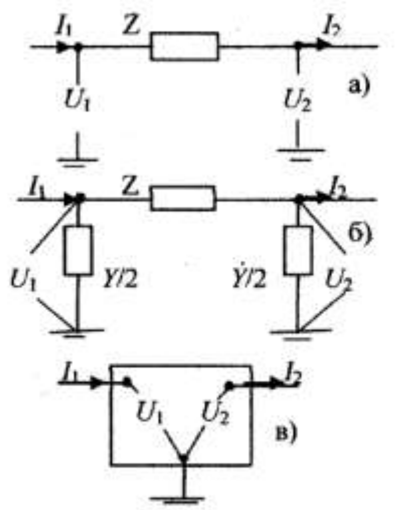

Рис. 11.1.

Определим погрешность величины тока, протекающего по ВЛ, представленной П-образной схемой замещения (рис. 11.1б), которая считается достаточно совершенной. Для этой же схемы замещения определим ее степень изоморфизма при различных длинах ВЛ.

Примем для рассмотрения следующие исходные данные:
L =100, 300, 500 и 1000 км. –длина ВЛ, **x** = 0.41 Ом/км – удельное индуктивное сопротивление, r = 0.05 Ом/км – удельное активное сопротивление, $y = 2.5 \cdot 10^{-6}$ Сим/км - удельная емкостная проводимость, U_1 = 330 кВ, $U_2 = 335 \cdot e^{j\delta}$, где угол δ, равный 40 градусам, должен быть выражен

в радианах (δ = 0.6981 радиана).

Расчет тока ВЛ эталонной модели и П-образной модели. Для эталонной модели воспользуемся формулой (5.14). В начале расчетные величины: $z = r + jx = 0.05 + j0.41$ Ом/км, $y = j2.5 \cdot 10^{-6}$ Сим/км,

$$y_B = \sqrt{\frac{y}{z}} = (1.842 - j1.631) \cdot 10^{-3} \text{ Сим/км}, \quad \gamma = \sqrt{z \cdot y} = (7.608 + j6.736) \cdot 10^{-4} \text{ 1/км}.$$

Формула (5.14) дает:

$$Y11 = y_B \cdot \coth(\gamma \cdot L) \quad Y22 = Y11$$

$$Y12 = y_B \cdot \operatorname{csch}(\gamma \cdot L) \quad Y21 = Y12. \quad \text{Сим.}$$

Для П-образной модели узловые проводимости находятся согласно законам электротехники:

$$Y11 = \frac{1}{Z} + \frac{Y}{2} \quad Y22 = Y11 \quad Y12 = -\frac{1}{Z} \quad Y21 = Y12, \text{ Сим}$$

где $Z=z \cdot L$, $Y=y \cdot L$.

Находятся токи моделей:

$$I1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (Y11 \cdot U1 + Y12 \cdot U2) \text{ кА, модуль } I1m = |I1| \text{ кА.}$$

$$I2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (Y21 \cdot U1 + Y22 \cdot U2) \text{ кА, модуль } I2m = |I2| \text{ кА.}$$

Результаты расчетов сведены в следующую таблицу:

L км	100	300	500	1000
$I1$ кА	3.203/3.170	1.047/1.031	0.621/0.594	0.358/0.303
$\delta1$ %	0.171	1.556	4.372	15.194
$I2$ кА	3.179/3.174	1.061/1.045	0.645/0.617	0.403/0.349
$\delta2$ %	0.171	1.534	4.192	13.485
ε	0.998/0.998	0.984/0.985	0.956/0.958	0.848/0.868

Анализ результатов, приведенных в таблице, позволяет сделать следующие выводы. Если длина ВЛ до 300 км включительно, то П-образная модель вполне пригодна, погрешность не превышает 1.6%, а степень приближения в идеалу составляет 0.984. При длине 500 км и более погрешность растет и степень изоморфизма падает. Это означает, что П-образная модель становится не пригодной. Необходимо искать более совершенные модели (например, так называемые цепочечные схемы) или переходить к распределенным параметрам.

Аналогичный анализ моделей можно произвести для любых элементов электрических систем (генераторов, трансформаторов, реакторов и т.п.), а также для электрической системы в целом.

В заключение этой части, можно сделать следующие выводы. В настоящее время, практически все расчеты электрических режимов производятся по программам, которые разрабатывают специализированные предприятия. Эти программы допускают использование тех или иных моделей всех элементов электрических систем, которые могут участвовать в расчетах. Совокупность программы и используемых моделей элементов электрических систем образует математическую модель электрической системы. При использовании этой модели возникает вопрос, в какой мере можно доверять результатам расчета? Другими словами, какова степень взаимно-однозначного соответствия (изоморфизма) между моделью электрической системы и самой электрической системой. К сожалению, разработчики программ не отвечают на этот вопрос. Следовательно, отвечать на него приходится пользователям программ. Действительно, результаты расчетов (моделирования) специалистам, которые на основе этих данных настраивают систему противоаварийного управления, задают режимы электроэнергетических систем. Далее, системы основанные на этих расчетах, должны адекватно реагировать на реальные процессы в них происходящие. Другими словами должно быть соответствие между расчетами и реальными процессами А если соответствия не будет? Неправильное действие системы противоаварийного управления дорого обходится потребителям. Можно сказать, что оператор, работающий с моделями должен задумываться о результатах, в смысле соответствия их реальным процессам.