УДК 639.2.081

В. Н. Мельников

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОСНОВНЫХ ВИДОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕОРИИ РЫБОЛОВСТВА

Различают три области промышленного рыболовства – рыболовство, лов и промысел, связанные соответственно с управлением запасами промысловых рыб, с работой одной промысловой единицы и группы промысловых единиц.

Рассмотрим основные виды математического моделирования процессов рыболовства и процессов лова, которые в большей степени характерны для кибернетического подхода к управлению рыболовством.

Вид математических моделей в области рыболовства в основном зависит от характера процессов в системах управления рыболовством, известной информации о процессах и назначении моделей [1–6].

Полная математическая модель системы управления рыболовством включает в себя описание связей между основными переменными процесса управления в установившихся режимах (статические модели) и при переходе от одного установившегося режима к другому (динамические модели).

В связи со сложностью процессов в системах управления рыболовством полную математическую модель часто составляют по блочному принципу, комбинируя варианты математического описания отдельных элементов или подсистем.

Для разработки *статических* моделей анализируют процессы управления рыболовством, их целевое назначение, возможные виды уравнений, выявляют входные и выходные параметры одного или нескольких типовых установившихся режимов. К входным и выходным параметрам процесса управления относятся:

– управляемые переменные, изменения которых связаны с характером протекания процесса;

– управляющие воздействия как изменяемые переменные, изменение которых влияет на ход процесса;

– возмущающие воздействия как переменные, изменение которых влияет на ход процесса и целенаправленное изменение которых невозможно;

– промежуточные переменные, изменение которых косвенно влияет на процессы в системах управления.

После оценки переменных устанавливают связи между ними и граничные условия протекания процессов.

Динамические модели определяют связи между основными переменными при изменении их во времени. Такие модели представляют в виде:

– передаточных функций, связывающих выбранную зависимую переменную с одной или несколькими независимыми переменными;

– уравнений, включающих в себя все необходимые зависимые и независимые переменные;

– уравнений, полученных для отдельных элементов процесса или системы, работу которых можно рассматривать независимо.

В общем случае полная математическая модель включает в себя основные переменные процесса, связи между основными переменными в статике, ограничения на процесс, показатели, критерии и функции эффективности (оптимальности), связи между основными переменными в динамике.

При управлении рыболовством модели можно получать на основе теоретического или экспериментально-статистического (формального) подхода, их комбинаций.

Математические модели на основе теоретического подхода являются детерминированными (жесткими) моделями. Их строят по данным о внутренней структуре управляемого процесса.

Модели с применением формального подхода по данным активных и пассивных экспериментов получают с применением принципов «черного ящика». В этом случае неизвестны или недостаточно известны законы, которым подчиняются процессы в объекте моделирования, например в популяции рыб.

В зависимости от природы явлений в системах управления рыболовством (детерминированные или стохастические) и принятых допущений различают следующие основные виды математических моделей:

– аналитические модели жесткие;
– численные модели жесткие;
– аналитические модели вероятностные;
– численные модели вероятностные (например, модели метода Монте-Карло).

Наилучшие результаты можно получить при совместном применении аналитических и вероятностных (стохастических) моделей.

Жесткие модели (*аналитические* и *численные*) обычно описывают детерминированные процессы без применения статистически вероятностных распределений. Жесткие модели, особенно численные, часто применяют и при описании вероятностных (статистических) явлений, переходя от распределений к средним значениям.

При построении жестких моделей обычно используют различные классические методы математики: дифференциальные уравнения, дискретные, в том числе конечно-разностные уравнения, интегральные уравнения, алгебраические, трансцендентные.

Алгебраические, трансцендентные и интегральные уравнения пригодны для разработки статических моделей. Обыкновенные дифференциальные уравнения служат для построения динамических моделей процессов регулирования.

Исследование процессов регулирования рыболовства при описании их дифференциальными уравнениями часто связано с существенными математическими трудностями. Поэтому во многих случаях описание процессов обыкновенными дифференциальными уравнениями представляют в виде системы дискретных уравнений. Они являются дифференциальными уравнениями в частных производных или системой дифференциально-разностных уравнений.

Детерминированные модели (аналитические или численные) регулирования рыболовства, построенные с применением теоретического подхода, имеют следующие преимущества перед моделями других видов:

– имеют более широкую область применения;
– качественно более правильно характеризуют состояние запасов и промысла даже при недостаточно точных параметрах модели;
– позволяют всесторонне анализировать процесс регулирования рыболовства;
– более приспособлены для обобщений при анализе процессов рыболовства определенного класса;
– удобны для прогнозирования показателей рыболовства.

При теоретическом подходе после выбора вида модели и способа ее разработки необходимо реализовать выбранный способ разработки, подобрать моделирующий алгоритм и проверить адекватность модели процессу.

Для реализации выбранного способа разработки модели используют уравнения материального баланса, уравнения для «элементарных» процессов в популяциях рыб, а также различные теоретические и полуэмпирические зависимости между параметрами процесса. Последние служат в основном для определения параметров модели и ограничений на переменные процесса. Обычно на управляемые параметры накладываются ограничения по запасам рыбы, а на управляющие – ограничения на лов и промысел, которые содержатся в том числе и в различных регламентирующих лов документах.

Аппарат дифференциальных уравнений, в частности, использован при разработке модификаций хорошо известных уравнений Баранова – Бивертона – Холта. Эти уравнения, несмотря на некоторые недостатки, широко применяют в теории и практике регулирования рыболовства. Даже незначительное усложнение таких моделей требует использования численных методов их решения или перехода к дискретным уравнениям.

Дискретные уравнения позволяют описать колебания пополнения, темпа роста и естественной смертности, любую зависимость естественной смертности и массы рыбы от возраста, учитывать различные сроки вступления пополнения в промысел и т. д.

Примерами алгебраических уравнений служат:

– исходное выражение для годового изменения численности популяции Рассела;

– уравнение Ф. И. Баранова для связи запаса при отсутствии промысла с существующим запасом и кормовой базой водоема;

– уравнения зависимости годовой продуктивности водоема от величины запаса и т. д.

К трансцендентным уравнениям можно отнести известное уравнение логистической кривой Фергюльста – Пирля для оценки изменения биомассы популяции во времени.

Примером теоретических моделей интегрального типа служат основные уравнения селективности при объячеивании и отцеживании, предложенные А. В. Мельниковым. Эти модели увязывают селективные свойства сетей, сетных мешков и сливов с результатами их селективного действия.

В целом можно констатировать, что теоретические методы разработки моделей, особенно динамических, для оптимизации рыболовства пока применяются недостаточно широко. В дальнейшем их значение должно возрасти для решения конкретных практических задач и более полного анализа процессов регулирования запасов и рыболовства.

Вероятностные модели (*аналитические* и *численные*) обычно описывают стохастические процессы. Они отражают законы распределения непрерывных и дискретных переменных, а также распределение выборок (статистик). Вероятностные методы и модели рассматривают в теории вероятностей и математической статистике.

Вероятностные (стохастические) модели, по сравнению с аналитическими моделями, не требуют грубых упрощений и позволяют учесть большее число факторов. Но результаты такого моделирования труднее поддаются анализу, осмыслению и обобщению.

Вероятностные модели обычно строят с применением экспериментально-статистических методов.

Различают активные и пассивные эксперименты.

Активные эксперименты требуют меньше времени на проведение и обработку результатов. В теории рыболовства применение активных экспериментов ограничено по ряду причин:

– целенаправленное изменение регулирующих входных воздействий (интенсивность и селективность рыболовства) на эксплуатируемые популяции недопустимо или допустимо в ограниченных пределах;

– обычно невозможно стабилизировать многочисленные внешние возмущающие воздействия на популяцию рыб;

– влияние регулирующих воздействий на популяцию иногда сравнимо или даже меньше возмущающих воздействий, и влияние первых не всегда можно выделить;

– входные показатели, так же как и выходные переменные, скоррелированы между собой.

С другой стороны, использование данных пассивного эксперимента часто ограничено сравнительно стабильным режимом лова, при котором колебания входных переменных сводятся к минимуму. Поэтому изменение выходов (например, результата лова) может быть результатом влияния неуправляемых, в том числе неконтролируемых воздействий. Полученную по таким данным модель сложно использовать для регулирования рыболовства. Корреляция между входными переменными вызывает корреляцию между коэффициентами уравнения регрессии, а ошибка в оценке одного фактора приводит к ошибочной оценке влияния других факторов, связанных с первыми.

В частном случае при использовании экспериментально-статистического подхода определяют коэффициенты известных уравнений и анализируют характеристики процесса по данным экспериментов. В общем случае при таком методе построения математических моделей оценивают:

– степень и характер связи между входными и выходными переменными;

– стационарность и эргодичность исследуемых выходных переменных и внешних воздействий;

– идентичность модели процесса реальному процессу;

– степень нелинейности модели;

– возможность и целесообразность линеаризации модели и т. д.

При обработке экспериментальных данных наиболее часто используют аппарат математической статистики (регрессионный, корреляционный и дисперсионный анализ, методы математического планирования эксперимента). Эти методы позволяют получать математические описания простого вида.

Метод регрессионного анализа при разработке моделей является основным. Корреляционный, как и дисперсионный анализ, в основном служит для исследования математических моделей, полученных с применением регрессионного анализа.

В общем случае экспериментально-статистические методы разработки моделей включают в себя выбор вида эксперимента (пассивный, активный, пассивно-активный); предварительный выбор вида уравнений связи; планирование активного эксперимента; проведение эксперимента, в том числе сбор исходного статистического материала в случае пассивного эксперимента; определение коэффициентов регрессии, статистический анализ результатов.

Вид экспериментов выбирают с учетом их достоинств и недостатков. При этом при любой возможности стремятся активизировать эксперименты.

Вид уравнения связи и методы его оценки принимают с учетом задач исследований. Так, дисперсионный анализ можно использовать:

– для оценки предельно возможной точности определения запаса, улова, пополнения и других показателей с учетом их колебаний;

– для определения степени различий между распределениями величины запаса, улова, пополнения и т. д. при неодинаковой интенсивности вылова;

– для оценки колебаний плотности распределения размерного и возрастного состава запаса или улова;

– для оценки необходимой точности задания регламентирующих лов показателей (допустимый прилов рыб непромысловых размеров, размер ячеи, допустимая интенсивность вылова и т. д.);

– для определения области применения регламентирующих лов показателей.

Корреляционный анализ можно использовать для оценки:

– связи между запасом и уловом;

– связи между запасом и пополнением;

– связи между промысловым усилием и уловом;

– связи между приловом рыб непромысловых размеров и размером ячеи;

– связи между приловом рыб непромысловых размеров и уходом через ячею рыб промысловых размеров;

– влияния условий внешней среды, улова и пополнения на запасы и т. д.

Регрессионный анализ служит для установления зависимости между случайной и неслучайной величинами, как правило, по экспериментальным данным. График такой зависимости называют линией регрессии.

Уравнения регрессии получают из теоретических предпосылок или принимают в виде полинома. При этом различают линейную, гиперболическую, параболическую, трансцендентную и другие виды регрессионных зависимостей от одного параметра, а также множественную регрессию.

Методы планирования служат либо для минимизации числа необходимых экспериментов, либо для оценки всех или некоторых параметров процесса, либо для проверки гипотез об этих параметрах.

При разработке «элементарных» и полных моделей оценки запасов и управления запасами можно использовать различные методы планирования экспериментов. Среди них отметим симплексный метод планирования экспериментов и метод эволюционного планирования экспериментов, которые являются также перспективными методами оптимизации управления рыболовством.

Рассмотренные экспериментально-статистические методы разработки математических моделей не всегда дают удовлетворительные результаты или из-за недостаточной точности или большой сложности.

В то же время в различных отраслях науки для разработки формальных математических моделей сложных процессов и прогнозирования широко применяют метод группового учета аргументов (МГУА). Метод можно использовать для разработки математических моделей запаса, величины улова, улова на усилие, улова на судосутки лова, улова на единицу пополнения, размерного состава облавливаемых скоплений, размерного состава улова, пополнения, колебаний темпа роста и естественной смертности, оценки прилова рыб непромысловых размеров, ухода через ячею рыб промысловых размеров и т. д.

В теории управления запасами целесообразно широко применять количественное описание процессов лова рыбы.

При изучении процессов лова полезно различать основные и вспомогательные математические модели лова.

Основные модели служат для определения:

– обловленного объема или площади;
– показателей селективности лова и промысла;
– коэффициента уловистости орудий лова;
– вероятности ухода рыбы из зоны облова различными путями;
– производительности лова или улова за цикл лова;
– улова на промысловое усилие;
– экологических и промыслово-экономических показателей лова.

За обобщающий показатель обычно принимают производительность лова, улов за цикл лова или экономические показатели лова.

Перечисленные показатели относятся к основным показателям эффективности лова. Математические модели для их описания используют для анализа влияния различных промысловых, биологических, технических и других факторов на эффективность лова, для управления основными показателями лова до начала и в процессе лова.

Несмотря на различие орудий и способов лова рыбы, все основные математические модели лова составляют на единой биотехнической основе и по единой методике [7–11].

Обычно основная математическая модель лова является математическим описанием соотношений между наиболее важными переменными способа лова и ограничений на их изменение.

Построение математической модели лова в общем случае состоит из следующих этапов:

– выбор объекта моделирования;
– выбор вида математического описания и способов разработки математической модели;
– разработка модели, включая идентификацию модели.

Для разработки основной математической модели процесса лова (чаще производительности лова или улова за цикл лова) в основном используют уравнения материального баланса.

Метод материального баланса в рассматриваемом виде относится к методам разработки детерминированных моделей с учетом статики процесса лова. При этом определяют количество рыб, которые могут попасть в зону облова за рассматриваемый промежуток времени, количество рыб, уходящих из этой зоны различными путями, и количество рыб в улове.

Производительность лова определяют с учетом концентрации рыбы у зоны облова, размеров зоны и ухода рыбы из этой зоны.

Иногда переходят от абсолютных показателей результатов лова к относительным показателям, считая концентрацию рыбы у зоны облова равной 1.

Размеры зоны облова обычно находят из геометрических соображений с учетом основных размеров орудия лова, перемещения орудия и объекта лова и т. д.

Рыба уходит из зоны облова различными путями и в различные периоды лова. Чтобы определить вероятность ухода рыбы из зоны облова различными путями, процесс лова разбивают на этапы и на каждом из них устанавливают пути ухода рыбы из зоны облова. Зависимость между вероятностью ухода из зоны облова и влияющими на такой уход факторами устанавливают, считая обычно вид зависимости известным и определяя на основе экспериментальных данных необходимые эмпирические коэффициенты. Математические модели можно разрабатывать не только для оценки численности, но и состава улова.

Описаны математические модели производительности практически для всех видов лова.

Математические модели производительности лова в теории рыболовства можно использовать для определения коэффициента промысловой смертности, интенсивности вылова, улавливаемости, улова, улова на промысловое усилие, улова на единицу пополнения и т. д.

Математические модели производительности лова несложно ввести в промыслово-экономические модели для оценки прибыли, себестоимости, уровня рентабельности. Такие модели разработаны также для некоторых орудий лова.

Вспомогательные математические модели разрабатывают в дополнение к основной модели. Они служат обычно для определения вспомогательных параметров орудий и способов лова рыбы, часто – на основе механики и прочностной надежности средств лова.

Основные и вспомогательные математические модели образуют систему математических уравнений для описания работы рыболовной системы и эффективности лова. Иногда такую систему можно считать математическим описанием эффективности системы управления процессом лова.

Для успешного применения математических моделей лова в теории лова и теории рыболовства необходимо задавать 10–15 показателей, которые входят в математические модели. В основном эти показатели характеризуют объект лова, средства лова и условия внешней среды.

Заключение

В результате теоретических и экспериментальных исследований разработана и обоснована классификация видов математических моделей в области управления запасами промысловых рыб и лова рыбы по различным классификационным признакам. Показана взаимосвязь моделей, особенности их разработки, установлена область применения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мельников А. В.* Введение в экологическую кибернетику // Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Экология. – 1998. – С. 39–45.
2. *Мельников В. Н.* Рыбохозяйственная кибернетика. – Астрахань: Изд-во АГТУ, 1998. – 310 с.
3. *Мельников В. Н.* Особенности моделирования в экологической кибернетике // Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Экология. – 1998. – С. 32–38.
4. *Мельников А. В., Мельников В. Н.* Селективность рыболовства. – Астрахань: Изд-во АГТУ, 2005. – 376 с.
5. *Мельников А. В.* Оптимизация регулирования рыболовства как кибернетическая проблема / Астрахан. гос. техн. ин-т рыбной пром-сти и хоз-ва. – Астрахань, 1988. – 42 с. – Деп. в ЦНИИТЭИРХ. – РХ 936.
6. *Мельников А. В.* Некоторые вопросы контроля и регулирования рыболовства // Сб. науч. тр. ВНИРО. – 1988. – С. 157–169.
7. *Мельников А. В.* Некоторые проблемы регулирования рыболовства // Сб. науч. тр. ВНИРО. – 1993. – С. 11–24.
8. *Мельников В. Н.* Биофизические основы промышленного рыболовства. – М.: Пищ. пром-сть, 1973. – 392 с.
9. *Мельников В. Н.* Биотехническое обоснование показателей орудий и способов промышленного рыболовства. – М.: Пищ. пром-сть, 1979. – 375 с.
10. *Мельников В. Н.* Биотехнические основы промышленного рыболовства. – М.: Легкая и пищ. пром-сть, 1983. – 216 с.
11. *Мельников В. Н.* Устройство орудий лова и технология добычи рыбы. – М.: Агропромиздат, 1991. – 384 с.

Статья поступила в редакцию 19.03.2009

GENERAL CHARACTERISTIC OF BASIC TYPES OF MATHEMATICAL MODELS OF THE FISHERY THEORY

V. N. Melnikov

The classification and characteristic of main mathematical models for the management of food fish stocks is given in the paper. The relationship of models, and peculiarities of their development are shown, and the area of their application is established.

Key words: fishery theory, mathematical models, classification, characteristic.